

$$01. 2 \cos^3 x - \cos^2(x) - 2 \cos(x) + 1 = 0 \rightarrow 2 \cos(x) [\cos^2(x) - 1] - [\cos^2(x) - 1] = 0 \rightarrow [\cos^2(x) - 1] [2 \cos(x) - 1] = 0$$

Dai:

- $\cos^2(x) - 1 = 0 \rightarrow \cos(x) = \pm 1 \rightarrow x = 0; \pi; 2\pi$
ou
- $2 \cos(x) - 1 = 0 \rightarrow \cos(x) = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$

Logo,

$$\text{Soma} = 0 + \pi + 2\pi + \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = 5\pi$$

Resposta: D

$$02. \text{sen}(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\text{sen} x = \sqrt{\text{sen}^2 x} \Rightarrow |\text{sen} x| = \text{sen} x \Rightarrow \text{sen} x \geq 0 \Rightarrow S = [0, \pi]$$

Resposta: E

$$03. \text{Sabendo que } \text{tg} x = \frac{\text{sen} x}{\cos x}, \text{ com } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ e } \cos^2 x = 1 - \text{sen}^2 x, \text{ vem}$$

$$\cos x = \text{tg} x \Rightarrow \cos x = \frac{\text{sen} x}{\cos x}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = \text{sen} x \Leftrightarrow 1 - \text{sen}^2 x = \text{sen} x$$

$$\Leftrightarrow \text{sen}^2 x + \text{sen} x - 1 = 0$$

$$\text{sen} x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{sen} x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < -1 \text{ (n\~{a}o serve)}$$

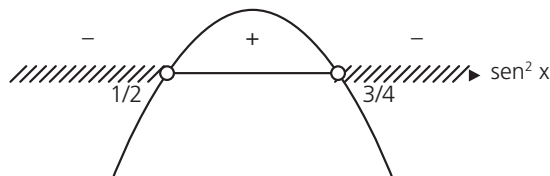
ou

$$\text{sen} x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

Resposta: C

$$04. -8 \text{sen}^4 x + 10 \text{sen}^2 x - 3 < 0$$

Resolvendo a inequa\~{c}o na inc\~{o}gnita $\text{sen}^2 x$ temos as ra\~{i}zes: $\text{sen}^2 x = \frac{1}{2}$ ou $\text{sen}^2 x = \frac{3}{4}$



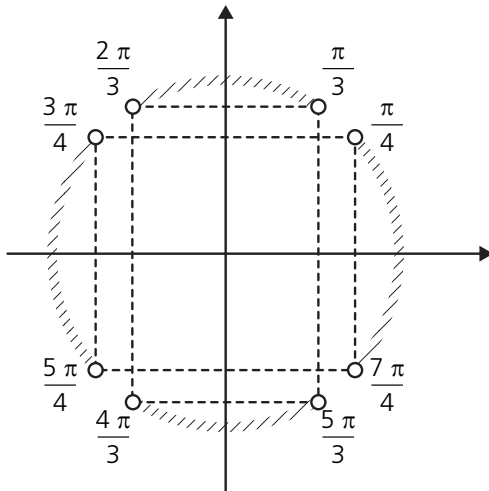
$$\text{sen}^2 x < \frac{1}{2} \text{ ou } \text{sen}^2 x > \frac{3}{4}$$

Resolvendo as inequa\~{c}oes acima, temos:

$$I. \text{sen}^2 x < \frac{1}{2} \rightarrow \sqrt{\text{sen}^2 x} < \sqrt{\frac{1}{2}} \rightarrow |\text{sen} x| < \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \frac{-\sqrt{2}}{2} < \text{sen} x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{II. } \sin^2 x > \frac{3}{4} \rightarrow \sqrt{\sin^2 x} > \sqrt{\frac{3}{4}} \rightarrow |\sin x| > \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin x < -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ou } \sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Representando estas inequações na circunferência trigonométrica, temos:



Resposta: B

05. $f(x) = 4 + 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$

$$2,5 = 4 + 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$

$$-1,5 = 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi x}{6} = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi \text{ ou } \frac{\pi x}{6} = \frac{4\pi}{3} + k \cdot 2\pi \text{ para } k \text{ inteiro}$$

Para $k = 0$, temos $x = 4$ ou $x = 8$.

Para $k = 1$, temos $x = 16$ (não convém) ou $x = 20$ h (não convém).

Resposta: C

06. Fazendo $\sin x = k$, temos:

$k^3 - 2k^2 - 5k + 6 = 0$, onde a soma dos coeficientes é igual a zero. Isso significa que $k = \sin x = 1$ é raiz. Sendo $k = 1$ raiz, $k - 1$ é fator do 1º membro:

$$(k - 1) \cdot (k^2 + ak + b) = k^3 - 2k^2 - 5k + 6$$

- $-1 \cdot b = 6 \rightarrow b = -6$

- $-k^2 + ak^2 = -2k^2 \rightarrow -1 + a = -2 \rightarrow a = -1$

Raízes:

$$k - 1 = 0 \rightarrow k = \sin x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \text{ ou } \frac{5\pi}{2}$$

$$k^2 - k - 6 = 0 \rightarrow k = \sin x = 3 \text{ (não convém) ou } k = \sin x = -2 \text{ (não convém)}$$

Resposta: E

07. Temos que:

$$v(t) = A + B \cdot \text{sen}(wt)$$

$$\text{sen}(wt) = \frac{v(t) - A}{B}$$

Então:

$$-1 \leq \frac{v(t) - A}{B} \leq 1 \Rightarrow \frac{A - B}{4} \leq v(t) \leq \frac{A + B}{20}$$

Resolvendo o sistema $\begin{cases} A + B = 20 \\ A - B = 4 \end{cases}$, obtemos $A = 12$ e $B = 8$.

Logo: $v(t) = 12 + 8 \text{sen}(wt)$

Resposta: D

08. Temos que:

$$\text{Período} = 12\text{h} + 24\text{min} = \left(12 + \frac{24}{60}\right)\text{h} = \left(12 + \frac{2}{5}\right)\text{h} = \frac{62}{5}\text{h} = \frac{62}{5} \cdot 60\text{min} = 744\text{min}$$

Resposta: A

09. Temos que:

$$\text{Período} = \frac{2\pi}{|w|} = \frac{62}{5} \rightarrow |w| = \frac{5\pi}{31}$$

$$v(t) = 12 + 8 \text{sen}\left(\frac{5\pi}{31}t\right)$$

Para que $v(t)$ seja máxima, devemos ter:

$$\text{sen}\left(\frac{5\pi}{31}t\right) = 1 \rightarrow \frac{5\pi}{31}t = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi, \mathbf{k} \text{ inteiro} \rightarrow t = \frac{31 + 124k}{10}, \mathbf{k} \text{ inteiro} \rightarrow \mathbf{k} = 1 \rightarrow t = 15,5\text{h} = 930\text{minutos.}$$

Resposta: E

10. $3 \cdot \text{sen}^2x - 3 \cdot |\text{sen}x| + \cos^2x = 0$

$$3 \cdot \text{sen}^2x - 3 \cdot |\text{sen}x| + 1 - \text{sen}^2x = 0$$

$$2 \cdot |\text{sen}x|^2 - 3 \cdot |\text{sen}x| + 1 = 0$$

resolvendo temos:

$$|\text{sen}x| = 1 \text{ ou } |\text{sen}x| = \frac{1}{2}$$

Para $\text{sen}x = 1$ ou $\text{sen}x = -1$, temos $x = \frac{\pi}{2}$ ou $x = \frac{3\pi}{2}$

Para $\text{sen}x = \frac{1}{2}$ ou $\text{sen}x = -\frac{1}{2}$, temos $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{5\pi}{6}$, $x = \frac{7\pi}{6}$ e $x = \frac{11\pi}{6}$

Logo, a equação terá 6 raízes.

Resposta: D