MATEMÁTICA V

AULA 07: TRANSFORMAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE ARCOS

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Sabendo que: $\operatorname{tg}2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$ (arco duplo)

Veja na ilustração que:

$\operatorname{tg} 22{,}5° = \dfrac{5}{d}$

Então: $\operatorname{tg} 45° = \dfrac{2\operatorname{tg}22{,}5°}{1-\operatorname{tg}^2 22{,}5°} = 1$

$2 \cdot \dfrac{5}{d} = 1 - \dfrac{25}{d^2}$

$10d = d^2 - 25$

$d^2 - 10d - 25 = 0$

$d = 5 + 5\sqrt{2}$

Logo:

$d = 5(1 + \sqrt{2}\,)$ m

Resposta: A

02. Como $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AD} = 3$ cm e $\hat{A} = 90°$, pelo Teorema de Pitágoras, segue de imediato que $\overline{BD} = 5$ cm. Além disso, sendo $\overline{BD} = \overline{BC}$, tem-se que o triângulo BCD é isósceles de base CD. Logo, se M é o ponto médio de CD, então $D\widehat{M}B = 90°$ e $M\hat{B}D = \dfrac{\alpha}{2}$.

Do triângulo ABD, obtemos

$\cos\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \dfrac{4}{5}$.

Daí, sabendo que $\operatorname{sen}\theta = \sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{2}}$, vem

$\operatorname{sen}\dfrac{\alpha}{2} = \sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\dfrac{1-\frac{4}{5}}{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$.

Portanto, do triângulo BMD, encontramos

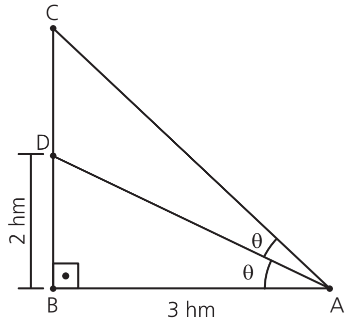
$\operatorname{sen}\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\frac{\overline{CD}}{2}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{10}} = \dfrac{\overline{CD}}{2\cdot 5}$

$\Leftrightarrow \overline{CD} = \sqrt{10}\,\text{cm}$.

Resposta: D

03.

$\operatorname{tg}\theta = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \operatorname{tg}(2\theta) = \dfrac{2\cdot\frac{2}{3}}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \dfrac{\frac{4}{3}}{1-\frac{4}{9}} = \dfrac{12}{5}$



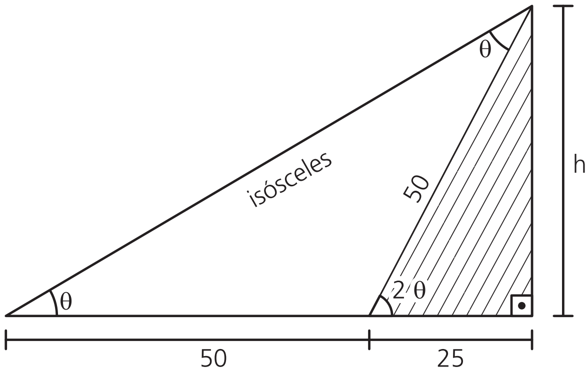
$\dfrac{12}{5} = \dfrac{BC}{3} \Rightarrow BC = 7{,}2\text{hm e } CD = 5{,}2\text{hm}$

Utilizando agora, o teorema da bissetriz interna, temos:

$\dfrac{AC}{5{,}2} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow AC = 7{,}8\text{hm} = 780\text{m}$

Resposta: A

04. De acordo com o enunciado:



1º Solução: Pitágoras

$50^2 = 25^2 + h^2$

$h = 25\sqrt{3}$ m

2º Solução: Arco duplo

$$\text{tg}2\theta = \frac{2\text{tg}\theta}{1-\text{tg}^2\theta} \rightarrow \frac{h}{25} = \frac{2\cdot\frac{h}{75}}{1-\left(\frac{h}{75}\right)^2} \rightarrow h = 25\sqrt{3}\,\text{m}$$

Resposta: A

05. A área de T_1 é dada por $\frac{1}{2}\cdot\ell^2\cdot\text{sen}\theta$, enquanto que a área de T_2 é igual a $\frac{1}{2}\cdot\ell^2\cdot\text{sen}2\theta$. Logo, sabendo que a área de T_1 é o triplo da área de T_2, vem $\frac{1}{2}\cdot\ell^2\cdot\text{sen}\theta = 3\cdot\frac{1}{2}\ell^2\cdot\text{sen}2\theta \Leftrightarrow \text{sen}\theta = 3\cdot 2\cdot\text{sen}\theta\cdot\cos\theta \Leftrightarrow \cos\theta = \frac{1}{6}$.

Resposta: A