Matemática I
Aula 14:
Números Proporcionais
Exercícios Propostos

01. Sendo **x**, **y** e **z** as respectivas partes recebidas, devemos ter:

I. $\dfrac{\text{Parte}}{\text{investimento}} = k$, onde **k** é constante

(Lembre-se: grandezas diretamente proporcionais apresentam razão constante)

Daí, $\dfrac{x}{2500} = \dfrac{y}{3500} = \dfrac{z}{4000} = k \Rightarrow \begin{cases} x = 2500k \\ y = 3500k \\ z = 4000k \end{cases}$

II. $x + y + z = $ rendimentos

$2500k + 3500k + 4000k = 12500 - (2500 + 3500 + 4000)$

$10000k = 2500$

$K = 0{,}25$

Assim, Ana receberá a mais que Paulo $3500k - 2500k = 1000k = 250$ reais

Resposta: C

02. Para o rateio ficar equitativo, cada um deverá arcar com o equivalente a 54:3 = 18 horas de aluguel. Assim, João pagou 32 – 18 = 14 horas pelo André, enquanto Bruno pagou 22 – 18 = 4. Daí, as quantias J e B recebidas por João e Bruno devem ser respectivamente proporcionais a 14 e 4, isto é:

$\dfrac{J}{14} = \dfrac{B}{4} = k \Rightarrow \begin{cases} J = 14k \\ B = 4k \end{cases}$, onde **k** é constante. Daí:

$14k + 4k = 1\,004{,}40$

$k = 55{,}80$

Portanto, João deve receber $14k = 781{,}10$ reais e Bruno, $4k = 223{,}20$ reais. Sendo assim, João recebeu $14k - 4k = 10k = 558{,}00$ reais mais que Bruno.

Resposta: E

03. Como V e P estão na razão inversa (são inversamente proporcionais), devemos ter produto constante, ou seja:

$V \cdot P = k$, onde k é constante.

Assim, para $V = 0{,}6$ e $P = 5$, devemos ter:

$0{,}6 \cdot 5 = k \Rightarrow k = 3$

Portanto, $V \cdot P = 3 \Rightarrow V = \dfrac{3}{P}$

Resposta: A

04. As grandezas diretamente proporcionais apresentam a razão dos seus valores numéricos constante, as grandezas inversamente proporcionais apresentam o produto de seus respectivos valores numéricos costante. Sabemos também que, se uma grandeza é proporcional a duas ou mais outras grandezas, ela será proporcional ao produto dessas grandezas.

Daí, devemos ter:

$\dfrac{s \cdot x^2}{b \cdot d^2} = k,$ onde **k** é constante.

Assim:

$S = \dfrac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$

Resposta: A

05. A sequência das partes (**x**, **y** e **z**) deve ser diretamente proporcional (quociente constante) à sequência dos graus de parentesco (2, 3 e 4) e inversamente proporcional (produto constante) à sequência das respectivas idades (18, 21 e 24). Daí, devemos ter:

$$\frac{x \cdot 18}{2} = \frac{y \cdot 21}{3} = \frac{z \cdot 24}{4} = k \to \begin{cases} x = \dfrac{k}{9} \\ y = \dfrac{k}{7} \\ z = \dfrac{k}{6} \end{cases}$$, que **k** é a constante de proporcionalidade.

Somando as partes, obtemos:

$$\frac{k}{9} + \frac{k}{7} + \frac{k}{6} = 15370$$

Multiplicando por m.m.c. (9, 7 e 6) = $2 \cdot 3^2 \cdot 7$:

$14k + 18k + 21k + 15370 \cdot (2 \cdot 9 \cdot 7)$

$$k = \frac{15370 \cdot (2 \cdot 9 \cdot 7)}{53}$$

$k = 290 \cdot (2 \cdot 9 \cdot 7)$

Assim, as partes são $\begin{cases} x = \dfrac{290 \cdot (2 \cdot 9 \cdot 7)}{9} = 4060 \\ y = \dfrac{290 \cdot (2 \cdot 9 \cdot 7)}{7} = 5220 \\ z = \dfrac{290 \cdot (2 \cdot 9 \cdot 7)}{6} = 6090 \end{cases}$

Resposta: B

06. Sendo **x**, **y**, **z** as respectivas partes, devemos ter:

I. (Parte) · (Idade) = K, onde **k** é constante

(Lembre-se: grandezas inversamente proporcionais apresentam produto constante)

Daí, $x \cdot 2 = y \cdot 4 = z \cdot 6 = k \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{k}{2} \\ y = \dfrac{k}{4} \\ z = \dfrac{k}{6} \end{cases}$

II. $x + y + z = 33$

$$\frac{k}{2} + \frac{k}{4} + \frac{k}{6} = 33 \Rightarrow \frac{6k + 3k + 2k}{12} = \frac{33 \cdot 12}{12} \Rightarrow 11k = 33 \cdot 12 \Rightarrow k = 36$$

Logo, o mais novo recebeu $\dfrac{k}{2} = \dfrac{36}{2} =$ 18 reais.

Resposta: B

07. I. A divisão do total T de laranjas no primeiro trajeto foi na razão 6 : 5 : 4 (proporcionais a 6, 5, 4).

Daí: $\dfrac{j}{6} = \dfrac{c}{5} = \dfrac{p}{4} = k$, onde **k** é constante e **j**, **c**, **p** as respectivas quantidades.

Assim, $\begin{cases} j = 6k \\ c = 5k \\ p = 4k \end{cases} \to T = 15k,$

II. A divisão do total T = 15k laranjas no segundo trajeto foi na razão 4 : 4 : 2 (proporcionais a 4, 4, 2).

Daí, $\frac{j_2}{4} = \frac{c_2}{4} = \frac{p_2}{2} = m$, onde **m** é constante e j_2, c_2, p_2, as respectivas quantidades

Assim, $\begin{cases} j_2 = 4\ m \\ c_2 = 4\ m \to T = 10\ m = 15k \to m = \frac{3}{2} \cdot k \\ p_2 = 2\ m \end{cases}$

Isso mostra que $\begin{cases} j_2 = 4\ m = 6k \\ c_2 = 4\ m = 6k \\ p_2 = 2\ m = 3k \end{cases}$

III. Fazendo um comparativo do 1° com o 2° trajeto, teremos:

	José	**Carlos**	**Paulo**
1° trajeto	6 k	5 k	4 k
2° trajeto	6 k	6 k	3 k

Note que Carlos foi o único a carregar mais laranjas.

Assim: $6k - 5k = 50 \therefore k = 50$

Daí no 2° trajeto, temos:

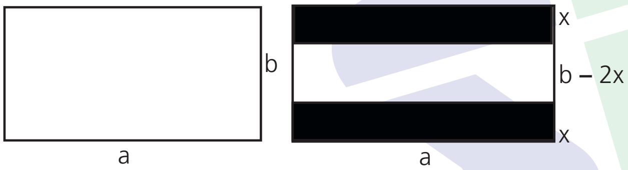
José transporta: $6 \cdot 50 = 300$

Carlos transporta: $6 \cdot 50 = 300$

Paulo transporta: $3 \cdot 50 = 150$

Resposta: B

08 Sendo **a** e **b** as dimensões da tela da TV comum (tela cheia, proporção 4 : 3) e **x** a largura das tarjas pretas, devemos ter:



I. **a** e **b** são proporcionais a 4 e 3, ou seja:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{3} = k \Rightarrow \begin{cases} a = 4k \\ b = 3k \end{cases}$$

II. **a** e (b – 2x) ficam na razão 16:9, ou seja:

$$\frac{a}{b-2x} = \frac{16}{9} \to \frac{4k}{3k-2x} = \frac{16}{9} \to 36k = 48\ k - 32x \to 32x = 12\ k \to x = \frac{3}{8} \cdot k$$

Assim, $\frac{x}{b} = \frac{\frac{3k}{8}}{3k} = \frac{3k}{8} \cdot \frac{1}{3k} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\%$.

Logo, $x = \frac{1}{8} \cdot b$, isto é, $x = 12{,}5\% \cdot b$.

Resposta: C

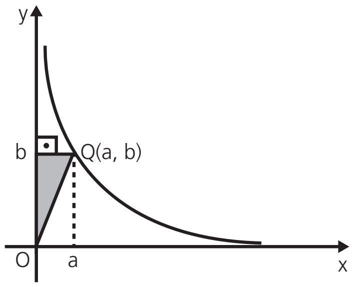
09. Como **x** e **y** são inversamente proporcionais, devemos ter:

$x \cdot y = k$, onde **k** é constante

Assim, sendo Q (a, b) e $\left(\frac{5}{3}, 480\right)$ pontos da curva, obtemos:

$$a \cdot b = \frac{5}{3} \cdot 480 = k \Rightarrow ab = 800$$

Logo,



Área do trângulo = $\frac{a \cdot b}{2} = \frac{800}{2} = 400$ ua

Resposta: D

10. As sequências diretamente proporcionais apresentam **quociente constante**; e a sequência proporcional a duas ou mais sequências é proporcional ao produto delas. Assim, sendo P, A e M a sequência das respectivas partes, devemos ter:

$\frac{P}{8 \cdot 2} = \frac{A}{12 \cdot 3} = \frac{M}{25 \cdot 5} = k$, em que **k** é a constante de proporcionalidade.

Assim, obtemos:
$P = 16 \cdot k$
$A = 36 \cdot k$
$M = 75 \cdot k$

Somando essas partes, ficamos com:

$16k + 36k + 75k = 3810$
$k = 30$

Logo, Milena recebeu $75k - 16k = 59k = 59 \cdot (30) = 1770$ dólares a mais que Patrícia.

Resposta: A