01. Temos que:

$$\frac{6 \cdot 12 \cdot 18 \cdot 24 \cdot \ldots \cdot 300}{50!} = 216^n \Leftrightarrow \frac{(6\cdot 1)\cdot(6\cdot 2)\cdot(6\cdot 3)\cdot(6\cdot 4)\cdot \ldots \cdot(6\cdot 50)}{50!} = 216^n \Leftrightarrow \frac{6^{50}\cdot 50!}{50!} = 216^n \Leftrightarrow 6^{50} = (2^3\cdot 3^3)^n$$

$$\Leftrightarrow 6^{50} = (6^3)^n \Leftrightarrow 6^{50} = 6^{3n} \Leftrightarrow 3n = 50 \Leftrightarrow n = \frac{50}{3}$$

Resposta: E

02. Temos que:

$$a_n = \frac{(n+1)!-n!}{n^2[(n-1)!+n!]} \Leftrightarrow a_n = \frac{(n+1)n(n-1)!-n(n-1)!}{n^2[(n-1)!+n(n-1)!]} \Leftrightarrow a_n = \frac{n(n-1)![(n+1)-1]}{n^2(n-1)![1+n]} \Leftrightarrow a_n = \frac{[n]}{n[1+n]} \Leftrightarrow a_n = \frac{1}{1+n}$$

Logo, $a_{1997} = \dfrac{1}{1+1997} = \dfrac{1}{1998}$

Resposta: B

03. Para o pai e a mãe, temos $P_2 = 2! = 2$ modos de posicionar; e para os filhos temos $P_4 = 4! = 24$ modos. Logo, pelo princípio fundamental da contagem, temos $2 \cdot 24 = 48$ formas possíveis.

Resposta: E

04. Sendo A_1, A_2, A_3 as bolas amarelas, V_1, V_2, V_3 as bolas verdes e B, C, D, E as outras quatro bolas, consideremos os grupos $\boxed{A_1V_1}, \boxed{A_2V_2}, \boxed{A_3V_3}$ uma só bola. Daí, temos pelo princípio fundamental da contagem:

$$\underbrace{\overbrace{\boxed{A_1V_1}}^{P_2}, \overbrace{\boxed{A_2V_2}}^{P_2}, \overbrace{\boxed{A_3V_3}}^{P_2}, B, C, D, E}_{P_7}$$

$P_2 \cdot P_2 \cdot P_2 \cdot P_7 = 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 7! = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7! = 8 \cdot 7!$

Resposta: A

05. Ao todo, obtemos $P_5 = 5! = 120$ números de cinco algarismos. Como todos os algarismos aparecem o mesmo número de vezes em cada posição, cada algarismo aparece $\dfrac{120}{5} = 24$ vezes em cada ordem decimal. Veja:

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
1	3	5	7	9
1	3	5	9	7
....				
9	7	5	3	1

Em cada ordem, temos a soma: $24 \cdot 1 + 24 \cdot 3 + \ldots + 24 \cdot 9 = 24 \cdot (1 + 3 + 5 + 7 + 9) = 24 \cdot 25 = 600$

Assim, a soma total será:
$600 \cdot 10^0 + 600 \cdot 10^1 + 600 \cdot 10^2 + 600 \cdot 10^3 + 600 \cdot 10^4 = 600 \cdot (1 + 10 + 100 + 1000 + 10000) = 600 \cdot 11111 = 6666600$

Resposta: E

06. Como a aranha se desloca em direção à formiga, ela anda apenas para norte (N) ou para leste (L). Assim, temos:

i) De A até C, um possível caminho seria: L L N N

Permutando essas letras, temos $P_4^{2,2} = \dfrac{4!}{2!\,2!} = 6$ possibilidades

ii) De C até D, um possível caminho seria: L L N N

Permutando essas letras temos, $P_4^{2,2} = \dfrac{4!}{2!\,2!} = 6$ possibilidades

Assim, pelo princípio fundamental da contagem temos, $6 \cdot 6 = 36$ possíveis trajetórias.

Resposta: D

07. Pelas sequências dadas, concluímos que a criança ganhou dois picolés de cada sabor. Daí, o número procurado será:

$$P_6^{(2,\,2,\,2)} = \frac{6!}{2!\cdot 2!\cdot 2!} = 90.$$

Resposta: B

08. Temos as seguintes quantidades de maneiras de acender o painel:

i) Duas lâmpadas vermelhas e uma azul:

$C_{9,2}\cdot 7 = 36\cdot 7 = 252.$

ii) Duas lâmpadas azuis e uma vermelha:

$C_{9,2}\cdot 7 = 36\cdot 7 = 252.$

Como para cada maneira gasta-se 1 segundo, o tempo total será:
$(252+252)\cdot 1\text{ segundo} = 504\text{ segundos}.$

Dividindo 504 por 60, obtemos quociente 8 e resto 24, ou seja:
504 seg = 8 · (60 seg) + 24 seg = 8 min + 24 seg

Assim, x = 8 e y = 24.

Resposta: B

09. Ao todo, temos $C_{36,3} = \frac{36!}{3!\cdot 33!} = \frac{36\cdot 35\cdot 34}{3\cdot 2\cdot 1} = 7140$ comissões, mas desse total devemos descontar o número de comissões cujos membros são todos homens, e o número de comissões cujos membros são todos mulheres. Temos:

i) Número de comissões formadas exclusivamente por mulheres: $C_{22,\,3} = \frac{22!}{3!\cdot 19!} = \frac{22\cdot 21\cdot 20}{6} = 1540.$

ii) Número de comissões formadas apenas por homens: $C_{14,\,3} = \frac{14!}{3!\cdot 11!} = 364.$

Portanto, o número procurado será: $7140 - 1540 - 364 = 5236.$

Resposta: A

10. Sendo x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 as respectivas quantidades de pacotes comprados, devemos ter: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7$.
Uma solução pode ser, onde cada bolinha representa um pacote:

• • + + • • • • + • + ⇒ (2, 0, 4, 1, 0)

Permutando esses elementos, obtemos o total de modos da pessoa comprar os pacotes:

$$P_{11}^{7,\,4} = \frac{11!}{7!\cdot 4!} = \frac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{4\cdot 3\cdot 2} = 330 \text{ modos}$$

Para calcular em quantos desses modos, a pessoa compra pelo menos um pacote de cada tipo. Considere os 6 espaços entre os sete pontos e escolha 4 deles para colocar os sinais de "+".

• __ • __ • __ • __ • __ • __ •

$$C_{6,4} = \frac{6!}{4!\cdot 2!} = \frac{6\cdot 5}{2} = 15$$

Logo, x = 330 e y = 15. Daí, x – y = 315.

Resposta: E