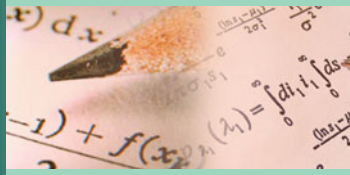
Resolução

ANUAL
VOLUME 3

MATEMÁTICA V

AULA 13:
COORDENADAS DO PONTO MÉDIO DE UM SEGMENTO, BARICENTRO E DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

EXERCÍCIOS PROPOSTOS



01. I) Calculando inicialmente o perímetro, temos:

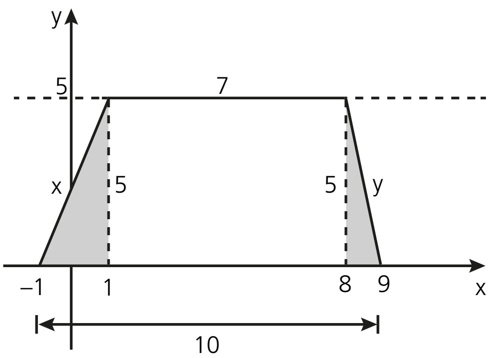
$x^2 = 5^2 + 2^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{29}$

$y^2 = 5^2 + 1^2 \Leftrightarrow y = \sqrt{26}$

Logo

$P = 7 + 10 + \sqrt{29} + \sqrt{26}$

$P = 17 + \sqrt{29} + \sqrt{26}$



II) Calculando a areado trapézio, temos:

$A = \frac{(10+7)\cdot 5}{2}$

$A = 42,5$ u.a.

Resposta: E

02. A reta cujos pontos são equidistantes de A e B é exatamente a mediatriz do segmento de extremos A e B. Portanto, devemos encontrar a equação da reta que passa pelo ponto médio de AB e é perpendicular a ele.

Cálculo do ponto médio de AB: $\left(\frac{1+7}{2}, \frac{2+14}{2}\right) = (4,8) \Leftrightarrow (x_0, y_0)$

Coeficiente angular da reta que passa por A e B: $\frac{14-2}{7-1} = 2$

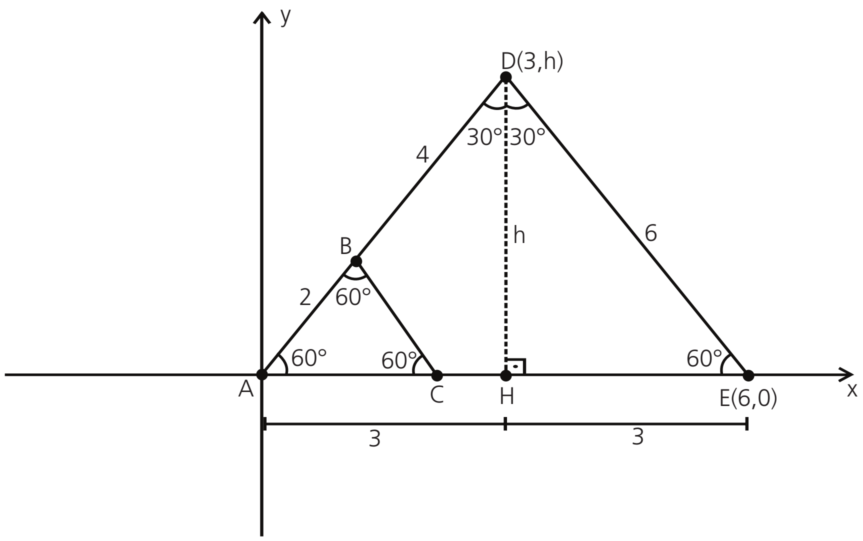
Portanto, o coeficiente angular da mediatriz **r** é $m_r = -\frac{1}{2}$

Encontrando, agora, a equação da mediatriz **r**.

$y - 8 = -\frac{1}{2}(x-4) \Rightarrow 2y - 16 = -x + 4 \Rightarrow x + 2y - 20 = 0$

Resposta: A

03.



i. $\text{sen}60° = \frac{h}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow h = 3\sqrt{3}.$

Logo:

$E = (6,\ 0)$ e $D = (3,\ 3\sqrt{3})$

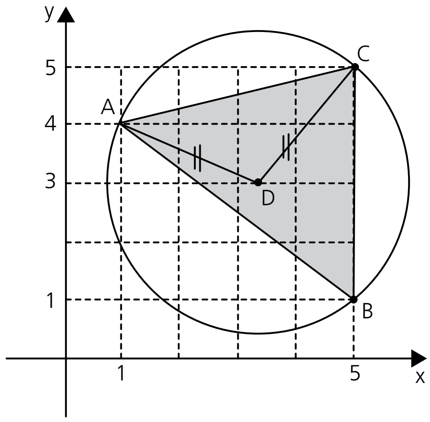
Resposta: A

04. O ponto D pertence à mediatriz do segmento BC, logo D é (K,3).
Considerando que D é equidistante dos pontos A e B, temos:
$(AD)^2 = (BD)^2$
$(K - 1)^2 + (3 - 4)^2 = (K - 5)^2 + (3 - 5)^2$
$K^2 - 2 \cdot K + 1 + 1 = K^2 - 10K + 25 + 4$
$8K = 27$
$K = \dfrac{27}{8}$

Portanto, $D\left(\dfrac{27}{8}, 3\right)$.

Logo, a medida do raio **r** será dada por:

$$R = AD = \sqrt{\left(\frac{27}{8} - 1\right)^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{\frac{425}{64}} = \frac{5\sqrt{17}}{8}.$$



Resposta: D

05. Adotando, convenientemente, um sistema de coordenadas cartesianas, com origem no vértice inferior esquerdo do quadrado O1, tem-se B2 = (1,5;13,5), B14 = (13,5;13,5) e M3 = (2,5;2,5)
Queremos determinar o circuncentro do triângulo B2B14M3.
A mediatriz do segmento B2B14 é a reta

$$x = \frac{1,5 + 13,5}{2} \Leftrightarrow x = 7,5.$$

A reta $\overleftrightarrow{B2M3}$ tem coeficiente angular igual a $\dfrac{13,5 - 2,5}{1,5 - 2,5} = -11$

O ponto médio do segmento B2M3 é

$$\left(\frac{2,5 + 1,5}{2}, \frac{2,5 + 13,5}{2}\right) = (2,8)$$

Logo, a equação da mediatriz do segmento B2M3 é dada por

$$y - 8 = \frac{1}{11}(x - 2) \Leftrightarrow y = \frac{1}{11}x + \frac{86}{11}$$

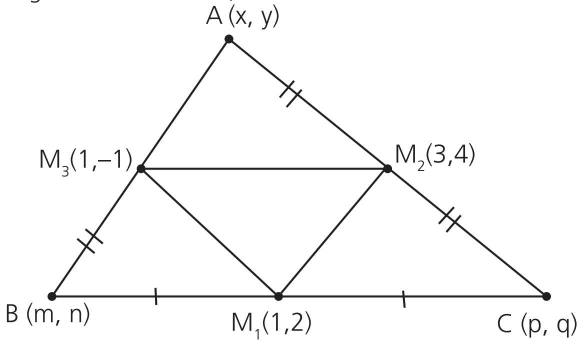
Daí, a ordenada do circuncentro é

$$y = \frac{1}{11} \cdot 7,5 + \frac{86}{11} = \frac{93,5}{11} = 8,5.$$

Portanto, como o ponto (7,5;8,5) corresponde ao centro do quadrado G8, segue-se o resultado.

Resposta: A

06. Segundo o enunciado, tem-se:



i) M1, M2 e M3 são pontos médios, então:

$$\underset{(I)}{\begin{cases} m + p = 2 \\ n + q = 4 \end{cases}} \qquad \underset{(II)}{\begin{cases} x + p = 6 \\ x + m = 2 \end{cases}} \qquad \underset{(III)}{\begin{cases} y + q = 8 \\ y + n = -2 \end{cases}}$$

ii) Somando as equações de (II), encontramos:

$$2x + \underbrace{(p + m)}_{2} = 8$$

$2x = 6 \rightarrow x = 3 \rightarrow p = 3$ e $m = -1$

iii) Somando as equações de (III), encontramos:

$$2y + \underbrace{(q+n)}_{4} = 6$$

$$2y = 2 \rightarrow y = 1 \rightarrow q = 7 \text{ e } n = -3$$

Logo:
A = (3,1); B = (–1, –3) e C = (3,7)

Resposta: E

07. Condição $\rightarrow S_2 = 2 \cdot S_1$

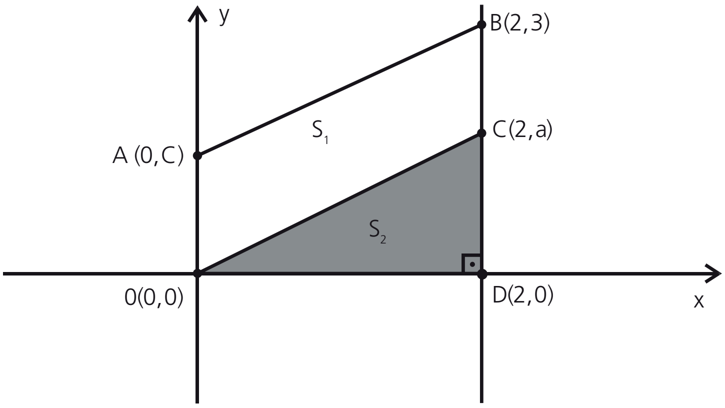
Então:

$$\underbrace{\frac{2 \cdot a}{2}}_{\text{Área do Triângulo}} = \underbrace{2 \cdot (3-a) \cdot 2}_{\text{Área do Paralelogramo}}$$

$$a = 12 - 4a$$

$$a = \frac{12}{5}.$$

Logo: $C = \left(2, \frac{12}{5}\right)$



Resposta: B

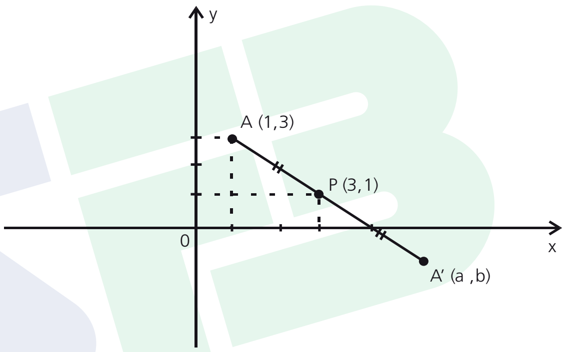
08.

Se A' é o simétrico de A $\rightarrow$ P é médio.

$$\frac{a+1}{2} = 1 \rightarrow a = 5$$

$$\frac{b+3}{2} = 1 \rightarrow b = -1$$

Logo:
A' = (5,–1)



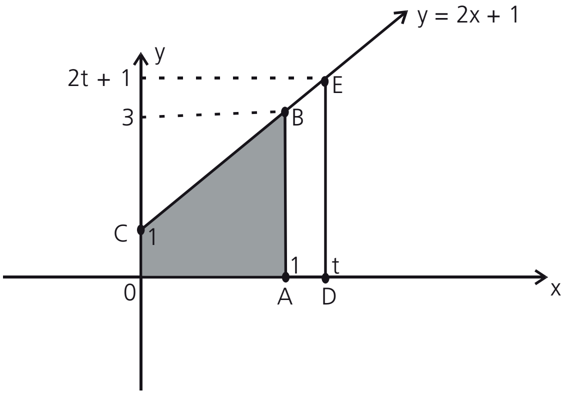
Resposta: A

09. Considerando os pares (2, 11) e (3, 18), e o ponto geométrico (x, y), usando a condição de alinhamento, temos:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y-11}{x-2} = \frac{18-11}{3-2} \Rightarrow y - 11 = 7(x-2) \Rightarrow y = 7x - 3$$

Resposta: C

10.



$$\underbrace{\text{Área (0ABC)}} = 4 \cdot \underbrace{\text{Área(ADBE)}}$$

$$\frac{(3+1)\cdot 1}{2} = 4 \cdot \frac{(2t+1+3)\cdot(t-1)}{2}$$

$$2t^2 + 2t - 5 = 0$$

$$t = \frac{-2 \pm 2\sqrt{11}}{2}$$

Logo: $t = \dfrac{-1+\sqrt{11}}{2}$

Resposta: E