MATEMÁTICA I

AULA 19:

PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.) – PARTE III

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Os raios $R_1 = AB = 1$ cm, $R_2 = R_1 + R_1 = 2$ cm, $R_3 = R_2 + R_1 = 3$ cm, $R_4 = R_3 + R_1 = 4$ cm, … formam uma P.A. de razão $r = R_1 = 1$ cm. Daí, temos:

i) $R_{20} = R_1 + 19 \cdot r$
$R_{20} = 1 + 19 \cdot 1$
$R_{20} = 20$

ii) Comprimento procurado = $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot R_1 + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot R_2 + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot R_3 + \ldots + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot R_{20}$

(Lembre-se que o comprimento da circunferência de raio R_n é dado por $C_n = 2\pi \cdot R_n$ e observe que a curva é uma soma de semicircunferências)

Comprimento procurado = $\pi \cdot R_1 + \pi \cdot R_2 + \pi \cdot R_3 + \ldots + \pi \cdot R_{20}$

Comprimento procurado = $\pi \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_{20})$

Comprimento procurado = $\pi \cdot \frac{(R_1 + R_{20}) \cdot 20}{2} = 210\pi$ cm

Resposta: B

02. Sendo a_n os quilômetros rodados no dia **n**, temos a P.A. (30, 40, 50, ..., a_{20}) de razão r = 10 km, na qual se tem:

i) $a_{20} = a_1 + 19 \cdot r \rightarrow a_{20} = 30 + 19 \cdot 10 \rightarrow a_{20} = 220$ km

ii) Distância total percorrida = $S_{20} = a_1 + a_2 + \ldots + a_{20}$

$$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}).20}{2}$$
$$S_{20} = \frac{(30 + 220).20}{2} = 2500\,\text{km}$$

iii) Consumo médio = $\frac{2500\,\text{km}}{312{,}5\,\text{L}} = 8$ km/L

Resposta: C

03. As quantidades de alunos matriculados diariamente formam a progressão aritmética de razão 3 e de 7 termos: (8, 11, 14, …, a_7)

Daí, temos:

i) $a_7 = a_1 + 6r \Rightarrow a_7 = 8 + 6 \times (3) \Rightarrow a_7 = 26$

ii) $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \Rightarrow S_7 = \frac{(8 + 26) \times 7}{2} \Rightarrow S_7 = \frac{(8 + 26) \times 7}{2} = 119$

Resposta: A

04. Quando o tecido dá a primeira volta no cilindro, ele faz uma circunferência cujo raio R_1 é o raio da base do cilíndrico, isto é, $R_1 = \frac{10\,\text{cm}}{2} = 5\,\text{cm}$. A partir daí, a cada volta que o tecido dá, ele faz uma circunferência cujo raio aumenta 1 mm = 0,1 cm (espessura do tecido) em relação ao raio da circunferência anterior. Assim, o tecido enrolado forma sucessivas circunferências cujas medidas dos raios, em cm, formam a P.A. (5; 5,1; 5,2; …; R_n) de razão r = 0,1 cm, na qual se tem:
$R_n = R_1 + (n - 1) \cdot r \rightarrow R_n = 5 + (n - 1) \cdot 0{,}1 \rightarrow R_n = 0{,}1n + 4{,}9$

Assim, o comprimento total do tecido enrolado após **n** voltas, C(n), é dado por:

C(n) = Soma dos comprimentos das **n** circunferências
$C(n) = 2\pi R_1 + 2\pi R_2 + \ldots + 2\pi R_n$
$C(n) = 2\pi\,(R_1 + R_2 + \ldots + R_n)$
$C(n) = 2\pi \cdot \frac{(R_1 + R_n).n}{2}$
$C(n) = \pi \cdot (5 + 0{,}1n + 4{,}9) \cdot n$
$C(n) = 0{,}1\pi n^2 + 9{,}9\pi n$

Resposta: A

05 Os primeiros elementos das respectivas linhas formam a seguinte sequência:

(1, 3, 7, 13, 21, ..., a_n, ...), em que a_n é o primeiro elemento da linha de número **n**.

Nessa sequência, as diferenças entre dois termos consecutivos formam uma progressão aritmética de razão 2. Veja:

$\cancel{a_2} - a_1 = 2 = d_1$

$\cancel{a_3} - \cancel{a_2} = 4 = d_2$

$a_4 - \cancel{a_3} = 6 = d_3$

....

$a_{43} - \cancel{a_{42}} = d_{42}$

Note:

$d_{42} = d_1 + 41 \cdot r$

$d_{42} = 2 + 41 \cdot 2 = 84$

Somando membro a membro essas 42 igualdades, obtemos:

$$a_{43} - a_1 = \left(\frac{d_1 + d_{42}}{2}\right) \cdot 42 \Rightarrow a_{43} - 1 = \left(\frac{2+84}{2}\right) \cdot 42$$

$$\Rightarrow a_{43} = 43 \cdot 42 + 1 = 1807$$

Resposta: E