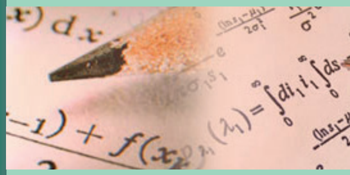
MATEMÁTICA I

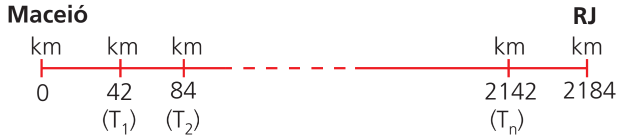
AULA 18:

PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.) – PARTE II

EXERCÍCIOS PROPOSTOS



01. As posições dos telefones formam uma P.A. de razão r = 42 km. Veja:



Daí, temos:
$T_n = T_1 + (n-1)\cdot r \to 2\,142 = 42 + (n-1)\cdot 42 \to 50 = n - 1 \to n = 51$

Resposta: B

02. Temos:

I) Entrada: $\frac{1}{6}\cdot 672 = 112$
II) Restante: $672 - 112 = 560$
III) PA de razão 40:
$(x, x + 40, x + 80, x + 120) \Rightarrow \text{Soma} = 4x + 240 = 560$
$\Rightarrow 4x = 320 \Rightarrow x = 80$

Logo, o valor da última parcela é x + 120 = 200 reais.

Resposta: E

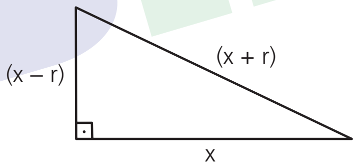
03. Sendo T_n quilômetros no qual será instalado o telefone de número **n** e **r** a distância, em km, entre dois telefones consecutivos, temos a seguinte P.A. de razão **r**:

$\left(31, \underbrace{\_\_, \_\_, \ldots, \_\_}_{10\text{ telefones}}, 229\right)$, na qual temos:

$a_{12} = a_1 + 11r \to 229 = 31 + 11r \to r = 18$ km

Resposta: B

04. Sendo (x – r, x, x + 2r) as médias dos lados do triângulo retângulo de razão r > 0, devemos ter:

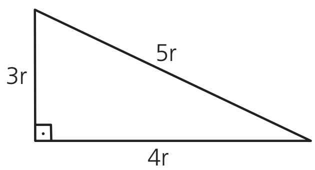


i) Usando o teorema de Pitágoras:
$(x + r)^2 = x^2 + (x - r)^2$
$\cancel{x^2} + 2xr + \cancel{r^2} = \cancel{x^2} + x^2 - 2xr + \cancel{r^2}$
$4xr = x^2$, em que $x \neq 0$.

Daí, x = 4r.

ii) Os lados do triângulo são $\begin{cases} x - r = 3r \\ x = 4r \\ x + r = 5r \text{ (maior lado, hipotenusa)} \end{cases}$, ou seja, os lados são proporcionais a 3, 4, 5, sendo a razão **r** da P.A. a constante de proporcionalidade.

Assim:



I. Área = $\frac{b\cdot h}{2} \to \frac{3r\cdot 4r}{2} = 6r^2$. Falsa.
II. Verdadeira.
III. Perímetro: 3r + 4r + 5r = 12r. Verdadeira.

Resposta: D

05. Sejam a_1, a_2, a_3, a_4 os números procurados formando, nessa ordem, uma P.A. crescente de números inteiros. Temos:

i) $a_2 \cdot a_3 = 77 = \begin{cases} 1 \cdot 77 \\ \text{ou} \\ 7 \cdot 11 \end{cases}$

Se $a_2 = 1$, a_1 será negativo (não convém). Assim, $a_2 = 7$ e $a_3 = 11$

ii) $a_3 = a_2 + r$
$11 = 7 + r$
$r = 4$

iii) $a_1 = a_2 - r = 3$

Logo, a P.A. dos números procurados é (3, 7, 11, 15), cuja soma é 36.

Resposta: D

06. Sendo T_n o tempo após o acendimento para a lâmpada dar a piscada de número **n**, temos os seguintes termos da P.A. de razão r = 3 minutos:
$T_1 = 10$ minutos;
$T_2 = 10 + 3 = 13$ minutos;

Assim, temos:
$T_{100} = T_1 + 99 \cdot r$
$T_{100} = 10 + 99 \cdot 3$
$T_{100} = 307$ min $= 5 \cdot (60$ min$) + 7$ min

Logo, a lâmpada queimará após 5 horas e 7 minutos.

Resposta: E

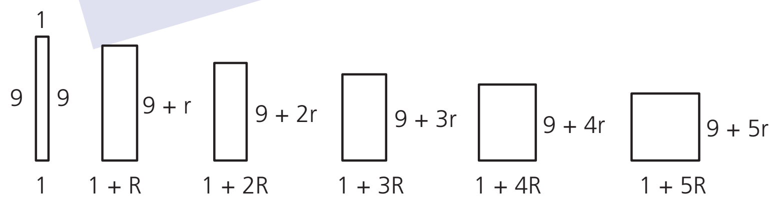
07. A produção do primeiro mês, $a_1 = \frac{10}{100} \cdot 150 = 15$ m³, juntamente as produções dos meses seguintes, formam a progressão aritmética (15, 18, 21, …, a_n) de razão igual a três. Queremos o valor de **n** (número de meses) para o qual se tem:

an = 15 + (n – 1).3 = 70% de 150 m³

$$15 + 3n - 3 = \frac{70}{100} \cdot 150$$
$$12 + 3n = 105$$
$$n = 31$$

Resposta: D

08. Sendo R a razão da P.A. formada pelas bases e **r** a razão da P.A. formada pelas alturas, devemos ter:



Como o perímetro da sala quadrada é igual ao perímetro da primeira sala da esquerda, obtemos:
$4 \cdot (1 + 5R) = 9 + 1 + 9 + 1 \rightarrow 5R = 4 \rightarrow R = 0{,}8$

ou

$4 \cdot (9 + 5r) = 9 + 1 + 9 + 1 \rightarrow 5r = -4 \rightarrow R = -0{,}8$

Assim, a sala quadrada tem lado medindo (1 + 5R) = 5 metros ou (9 + 5r) = 5 metros. Daí, sua área é $5^2 = 25$ m².

Resposta: C

09. Considerando o sábado que José iniciou a nadar o dia **zero**, ele nadará nos dias múltiplos de 4: (0, 4, 8, 12, …, a_n, …), uma PA de razão r = 4. Daí:

I) $a_{100} = a_1 + 99r \Rightarrow a_{100} = 0 + 99 \cdot 4 \Rightarrow a_{100} = 396$
(Ele nadará pela centésima vez no dia 396)

II) Sendo o dia **zero** um sábado, os dias múltiplos de 7, ou seja, os dias 0, 7, 14, 21, … também será sábado. Como $396 = 7 \cdot 56 + 4$, ele nadará pela centésima vez 4 dias após um sábado, isto é, numa quarta-feira.

Resposta: B

10. Os três primeiros termos são $a_1 = 7$, $a_2 = 14$ e $a_3 = 17$. Continuando a sequência, temos:
$17^2 = 289 \rightarrow 2 + 8 + 9 + 1 = 20 = a_4$
$20^2 = 400 \rightarrow 4 + 0 + 0 + 1 = 5 = a_5$
$5^2 = 25 \rightarrow 2 + 5 + 1 = 8 = a_6$
$8^2 = 64 \rightarrow 6 + 4 + 1 = 11 = a_7$
$11^2 = 121 \rightarrow 1 + 2 + 1 = 4 = a_8$
$4^2 = 16 \rightarrow 1 + 6 + 1 = 8 = a_9$
$8^2 = 64 \rightarrow 6 + 4 + 1 = 11 = a_{10}$

A partir do 6º, os termos repetem-se de três em três termos. Nesse caso, observemos os termos de posição múltipla de três. Note: $a_6 = a_9 = a_{12} = \ldots = 8$.

Como $2002 = \underbrace{3 \cdot (667)}_{2001} + 1$, $a_{2001} = 8$ e $a_{2002} = 11$.

Resposta: E