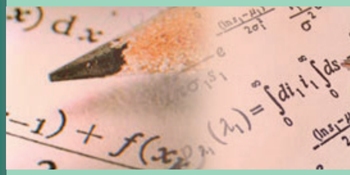
MATEMÁTICA V

AULA 26:

LUGAR GEOMÉTRICO

EXERCÍCIOS PROPOSTOS



01. Temos:

$$y^2 - 2y = 3 - x^2$$
$$x^2 + y^2 - 2y = 3$$
$$x^2 + y^2 - 2y + 1 = 4$$
$$\underbrace{(x-0)^2 + (y-1)^2 = 2^2}_{\text{Circunferência, centro = (0, 1)}}$$

raio = 2

Resposta: B

02. Temos:

$$\underbrace{(x^2 + y^2 - 1)^2}_{\text{Positivo ou nulo}} + \underbrace{(xy)^2}_{\text{Positivo ou nulo}} = 0$$

Para ocorrer a igualdade, devemos ter:

$$\boxed{xy = 0 \ \text{ e } \ x^2 + y^2 - 1 = 0}$$

Então:

$x = 0 \rightarrow y^2 = 1 \rightarrow y = \pm 1$
ou
$y = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

Pontos: (0, 1), (0, –1), (1, 0), (–1, 0)

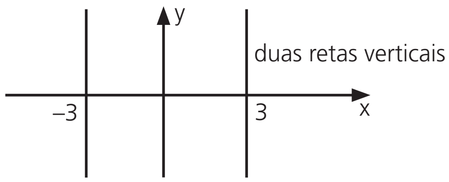
Resposta: E

03. Temos:

- Equação:
  $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = 3$ ou $x = -3$
- Inequação:
  $(xy)^2 + x^2 \geq 0$

Substituindo os valores de **x**, vem:
$9y^2 + 9 \geq 0$
$y^2 + 1 \geq 0$
$y^2 \geq -1 \rightarrow y \in \mathbb{R}$

- Localizando os pontos (3, y) e (–3, y), com $y \in \mathbb{R}$, obtemos:

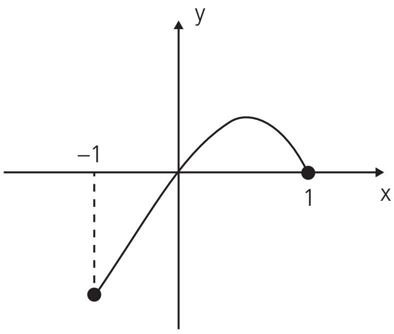


Resposta: D

04. Temos:

$$y = \text{sen}\,t - 1 + \cos^2 t$$
$$y = \text{sen}\,t - 1(1 - \cos^2 t)$$
$$y = \text{sen}\,t - \text{sen}^2\,t$$
$$\underbrace{y = x - x^2, \text{ com } x \in [-1, 1]}_{\text{arco de parábola}}$$

Representação gráfica:



Resposta: E

05. Temos:

$y = \sqrt{4 - x^2}, y \geq 0$

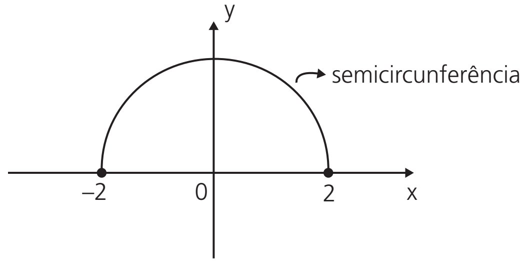
Então:

$y^2 = 4 - x^2$

$x^2 + y^2 = 4$

$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 2^2,\ y \geq 0$

Representação gráfica:



Resposta: B

06. Temos:

$2x^2 - xy + x - y^2 - y = 0$

$x^2 - xy + x^2 - y^2 + x - y = 0$

$x(x - y) + (x - y) \cdot (x + y) + 1 \cdot (x - y) = 0$

$(x - y) \cdot (x + x + y + 1) = 0$

Então:

$$\left.\begin{array}{l} x - y = 0 \rightarrow y = x \\ \text{ou} \\ 2x + y + 1 = 0 \rightarrow y = -2x - 1 \end{array}\right\} \text{Concorrentes e não perpendiculares.}$$

Resposta: B

07. Temos:

$x^2 + 2xy + y^2 - 1 = 0$

$(x + y)^2 = 1$

Então:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 1 \rightarrow y = -x + 1 \\ \text{ou} \\ x + y = -1 \rightarrow y = -x - 1 \end{array}\right\} \text{Conf. angulares iguais} \rightarrow \text{paralelas.}$$

Resposta: B

08.

I. $(y - x - 2) \cdot \left(y + \frac{x}{2} - 2\right) = 0$

Pela lei do anulamento do produto, vem:

$$\left.\begin{array}{l} r\colon y - x - 2 = 0 \\ \text{ou} \\ s\colon y + \frac{x}{2} - 2 = 0 \end{array}\right\} \mathbf{r} \text{ e } \mathbf{s} \text{ são concorrentes.}$$

II. $x^2 - 2x + y^2 - 8 = 0$

Completando o trinômio quadrado perfeito, vem:

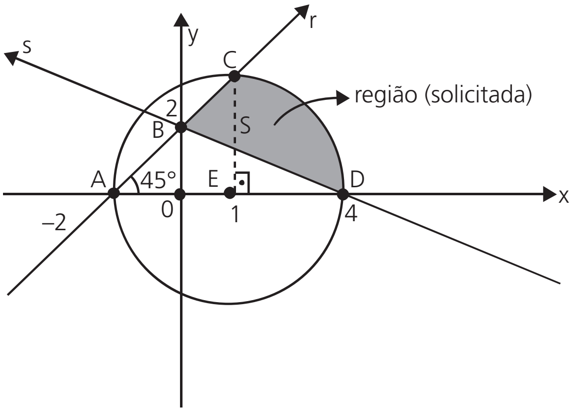
$x^2 - 2x + 1 + y^2 = 9$

$(x - 1)^2 + (y - 0)^2 = 3^2 \rightarrow$ Circunferência.

Centro (1, 0)

raio = 3

Graficamente:



Veja:

$$[\text{Região S}] = [\Delta AEC] + [\text{setor CED}] - [\Delta ABD]$$

$$[\text{Região S}] = \frac{3 \cdot 3}{2} + \frac{1}{4}\pi \cdot 3^2 - \frac{6 \cdot 2}{2} = \frac{9\pi - 6}{4} \text{ u.a.}$$

Resposta: A

09. Temos:
$x^2 - y^2 - 2y - 1 = 0$
$x^2 = y^2 + 2y + 1$
$x^2 = (y + 1)^2$

Então:
$y + 1 = x \rightarrow y = x - 1$ (r)
ou
$y + 1 = -x \rightarrow y = -x - 1$ (s)

Veja:
$m_r \cdot m_s = -1 \rightarrow r \perp s$

Resposta: D

10. Sendo $t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow t = -2$ ou $t = 3$. Como $t = |x - y|$, então:

$$t = 3 \Rightarrow t = \begin{cases} x - y = 3 \\ x - y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 3 \\ y = x + 3 \end{cases} \Rightarrow \text{Duas retas paralelas.}$$

Resposta: B