Matemática III

Aula 13:

Probabilidade II – Uso das técnicas de contagem no cálculo de probabilidade

Exercícios de Fixação

01. Do modo I, temos um total de $\binom{200}{3}$ grupos de três atletas possíveis. Considerando o atleta que utilizou a substância escolhido, devemos escolher 2 atletas dentre os 199 que não a utilizaram. Logo, temos $\binom{199}{2}$ grupos de 3 atletas dentre os quais se encontra o atleta que usou a substância proibida. Daí,

$$P(I) = \frac{\binom{199}{2}}{\binom{200}{3}} = \frac{\frac{199!}{2!\cdot 197!}}{\frac{200!}{3!\cdot 197!}} = \frac{3}{200} = \frac{1,5}{100} = 1,5\%$$

Resposta: C

02. Do modo II, a probabilidade de sortear a equipe do atleta dopado é $\frac{1}{20}$ e, nessa equipe, podemos formar $\binom{10}{3}$ grupos de 3 atletas. Considerando certa a participação do atleta dopado no meio dos três escolhidos, há $\binom{9}{2}$ modos de se escolher os outro dois. Daí,

$$P(II) = \frac{1}{20}\cdot\frac{\binom{9}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{1}{20}\cdot\frac{\frac{9!}{2!\cdot 7!}}{\frac{10!}{3!\cdot 7!}} = \frac{3}{200} = 1,5\%$$

Resposta: C

03. Do modo III, temos $\binom{10}{3}$ maneiras de escolher três equipes. Considerando certa a escolhada equipe do atleta dopado, temos $\binom{19}{2}$ maneiras de escolher as outras duas. Assim,a probabilidade de escolher a equipe do atleta dopado será $\frac{\binom{19}{2}}{\binom{30}{3}}$. Uma vez escolhida a equipe, a probabilidade de se escolher o atleta dopado será $\frac{1}{10}$. Daí,

$$P(III) = \frac{\binom{19}{2}}{\binom{20}{3}}\cdot\frac{1}{10} = \frac{\frac{19!}{2!\cdot 17!}}{\frac{20!}{3!\cdot 17!}}\cdot\frac{1}{10} = \frac{3}{200} = 1,5\%$$

Portanto, as três probabilidades são iguais.

Resposta: E

04. Sendo E = 0,2 a probabilidade do candidato errar uma resposta, a probabilidade dele não errar será $\bar{E} = 1 - 0,2 = 0,8$. Para que o teste termine na quinta pergunta, o candidato deverá errar exatamente uma pergunta dentre as quatro primeiras e errar a quinta. Uma possibilidade seria:

$$(\bar{E}\cdot E\cdot \bar{E}\cdot \bar{E})\cdot E = (0,8)^3\cdot(0,2)^2.$$

Como existem $P_4^{3,1} = \frac{4!}{3!\,1!} = 4$ maneiras de escolher a resposta errada dentre as quatro primeiras, a probabilidade procurada é:

$$P_4^{3,1}\cdot(0,8)^3\cdot(0,2)^2 = 4\cdot(0,512)\cdot(0,04) = 0,08192.$$

Resposta: B

05.

i) Ao todo temos $P_8 = 8!$ modos de fazer a fotografia.
ii) Sendo P_1, P_2, P_3, P_4 as outras quatro pessoas e supondo Aser e Bia uma só pessoa, obtemos:

$$\underbrace{\overbrace{\boxed{\text{Aser, Bia}}}^{P_2}, \text{Cacá, Dedé}, P_1, P_2, P_3, P_4}_{P_7}$$

$P_2 \cdot P_7 = 2!\cdot 7!$ modos de fazer a fotografia, ficando Aser e Bia sempre juntos, e Cacá e Dedé juntos ou não.

ii) Supondo Cacá e Dedé uma só pessoa também, obtemos:

$$\underbrace{\overbrace{\boxed{\text{Aser, Bia}}}^{P_2}, \overbrace{\boxed{\text{Cacá, Dedé}}}^{P_2}, P_1, P_2, P_3, P_4}_{P_6}$$

$P_2 \cdot P_2 \cdot P_6 = 2!\cdot 2!\cdot 6!$ modos de fazer a fotografia, ficando Aser e Bia juntos, e Cacá e Dedé também juntos.
Assim, são $2!\cdot 7! - 2!\cdot 2!\cdot 6! = 2!\cdot 6![7 - 2] = 10\cdot 6!$ modos desejados de fazer a fotografia.
Logo, a probabilidade procurada é $\dfrac{10\cdot 6!}{8!} = \dfrac{10}{8\cdot 7} = \dfrac{5}{28}$.

Resposta: (A)