MATEMÁTICA I

AULA 22: PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (P.G.) – PARTE III

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Considerando

$$\begin{cases} P = 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32 \cdot 64 \cdot 128 \\ P = 128 \cdot 64 \cdot 32 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1' \end{cases} \text{ temos:}$$

$$P^2 = (1 \cdot 128) \cdot (2 \cdot 64) \cdot (4 \cdot 32) \cdot (8 \cdot 32) \cdot \ldots \cdot (128 \cdot 1)$$

$$P^2 = \underbrace{128 \cdot 128 \cdot \ldots \cdot 128}_{8 \text{ vezes}}$$

$$P^2 = (128)^8$$

$$P = \pm\sqrt{128^8}$$

Como P é positivo, temos $P = 128^4$

Resposta: D

02. Inserindo k termos entre 1/32 e 64, obtemos a sequência $\left(\frac{1}{32}, \underbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots}_{k \text{ termos}}, 64\right)$ de (k + 2) termos, na qual o primeiro termo é $a_1 = 1/32$, o último termo é $a_n = a_{k+2} = 64$, e um termo intermediário a_p qualquer é tal que:

$$a_p = \sqrt{(a_{p-1}) \cdot (a_{p+1})} \to (a_p)^2 = (a_{p-1}) \cdot (a_{p+1}) \to \frac{a_p}{a_{p-1}} = \frac{a_{p+1}}{a_p} = \text{ razão da PG (a sequência é uma PG). Daí, o produto de seus termos será:}$$

$$(P_n)^2 = (a_1 \cdot a_n)^n$$

$$(256)^2 = \left(\frac{1}{32} \cdot 64\right)^{k+2}$$

$$(2^8)^2 = (2)^{k+2}$$

$$2^{16} = 2^{k+2}$$

$$16 = k + 2$$

$$k = 14$$

Resposta: B

03. Temos que:

I. $a_9 = a_1 \cdot q^8 = 27$

II. $P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n.(n-1)}{2}} \to P_{17} = a_1^{17} \cdot q^{\frac{17.16}{2}} \to 81^k = \to 81^k = (a_1 \cdot q^8)^{17} \to 81^k = (27)^{17} \to 3^{4k} = 3^{51}$

Daí, $4k = 51 \to k = 51/4$

Resposta: C

04. N = 121 + 0,43 + 0,0043 + 0,000043 + ...

$$N = 121 + \left(\frac{43}{10^2} + \frac{43}{10^4} + \frac{43}{10^6} + \ldots\right) \Rightarrow N = 121 + \frac{\frac{43}{10^2}}{1 - \frac{1}{10^2}}$$

$$N = 121 + \frac{43}{99} \Rightarrow N = \frac{11979 + 43}{99} \Rightarrow N = \frac{12022}{99}$$

Resposta: B

05. Solução 1 (utilizando as figuras)

Soma das áreas dos retângulos da fig. 1 = Soma das áreas dos retângulos da fig. 2.

$$\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{4}\cdot 2+\frac{1}{8}\cdot 3+\frac{1}{16}\cdot 4+\ldots=1\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{4}\cdot 1+\frac{1}{8}\cdot 1+\ldots$$

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\frac{4}{16}+\ldots=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots.$$

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\frac{4}{16}+\ldots=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}\rightarrow\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\frac{4}{16}+\ldots=2$$

Solução 2 (sem utilizar as figuras)

Multiplicando os membros da igualdade $S=\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{4}\right)+\left(\frac{3}{8}\right)+\left(\frac{4}{16}\right)+\ldots$ por $\frac{1}{2}$, temos:

$$\frac{1}{2}\cdot S=\left(\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{2}{8}\right)+\left(\frac{3}{16}\right)+\left(\frac{4}{32}\right)+\ldots$$

Daí, subtraindo membro a membro essas duas igualdades, obtemos:
(Associe as frações de mesmo denominador)

$$S-\frac{1}{2}\cdot S=\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{4}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{3}{8}-\frac{2}{8}\right)+\left(\frac{4}{16}-\frac{3}{16}\right)+\left(\frac{5}{32}-\frac{4}{32}\right)+\ldots$$

$$\frac{2\,S-S}{2}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{16}\right)+\left(\frac{1}{32}\right)+\ldots$$

$$\frac{S}{2}=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}\Rightarrow\frac{S}{2}=1\Rightarrow S=2$$

Resposta: B