01. Sejam as circunferências:

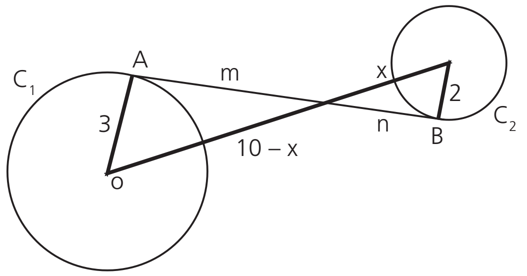
$$C_1: x^2 + y^2 + 12x + 6y + 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Centro} = \left(\dfrac{12}{-2}, \dfrac{6}{-2}\right) \Rightarrow (-6, -3) \\ \text{Raio} = \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2 - 36} = 3 \end{cases}$$

$$C_2: x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Centro} = \left(\dfrac{-4}{-2}, \dfrac{-6}{-2}\right) \Rightarrow (2, 3) \\ \text{Raio} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2 - 9} = 2 \end{cases}$$

Onde:

$$d(C_1, C_2) = \sqrt{(-6-2)^2 + (-3-3)^2} = 10$$

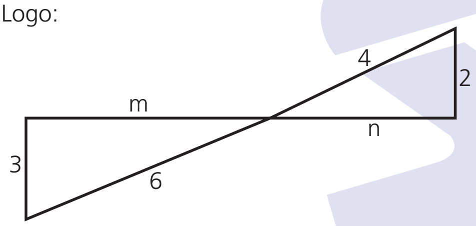
Observe a ilustração:



Por semelhança de triângulos temos:

$$\frac{10-x}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 4$$

Logo:



$6^2 = 3^2 + m^2 \Rightarrow m = 3\sqrt{3}$ e $4^2 = 2^2 + n^2 \Rightarrow n = 2\sqrt{3}$

Portanto:

$$\overline{AB} = m + n = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

Resposta: D

02. Analisando o gráfico, tem-se que as coordenadas dos estabelecimentos são:

A(5, 4)
B(–3, 1)
C(4, 2)
D(–4, –3)

Assim, para avaliar se o estabelecimento está dentro da área de cobertura do sinal basta substituir suas coordenadas na equação:

$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 31 \le 0$

$A \Rightarrow 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 - 4 \cdot 4 - 31 \le 0 \Rightarrow$ OK!

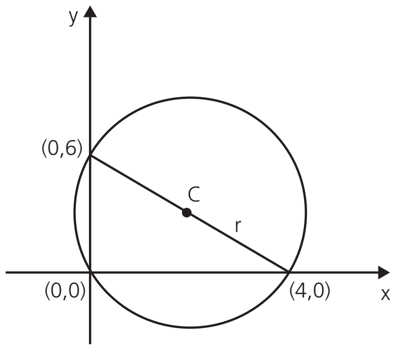
$B \Rightarrow (-3)^2 + 1^2 - 2 \cdot (-3) - 4 \cdot 1 - 31 \le 0 \therefore -19 \le 0 \Rightarrow$ OK!

$C \Rightarrow 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 - 4 \cdot 2 - 31 \le 0 \therefore -27 \le 0 \Rightarrow$ OK!

$D \Rightarrow (-4)^2 + (-3)^2 - 2 \cdot (-4) - 4 \cdot (-3) - 31 \le 0 \therefore 14 \le 0 \Rightarrow$ FALSO!

Resposta: D

03. Centro da circunferência (ponto médio do diâmetro).



$$C=\left(\frac{0+4}{2},\frac{6+0}{2}\right)\Rightarrow C=(2,3)$$

Cálculo do raio da circunferência.

$$r=\frac{\sqrt{(4-0)^2+(6-0)^2}}{2}=\frac{2\sqrt{13}}{2}=\sqrt{13}$$

Equação da reta tangente à circunferência.

$y + 2 = m(x – 3) \Rightarrow mx – y – 3m – 2 = 0$

Sabendo que a distância do centro à reta tangente é o raio, podemos escrever:

$$\frac{|2m-3-3m-2|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{13}\Rightarrow(-m-5)^2=13(m^2+1)\Rightarrow 12m^2-10m-12=0\Rightarrow 6m^2-5m+6=0$$

Resolvendo a equação do segundo grau, obtemos:

$$m=\frac{5\pm\sqrt{169}}{2\cdot 6}\Rightarrow m=\frac{3}{2}\ \text{ ou }\ m=-\frac{2}{3}$$

Se $m=\frac{3}{2}$ a equação da reta será dada por $y+2=\frac{3}{2}\cdot(x-3)\Rightarrow 3x-2y-13=0$

Se $m=-\frac{2}{3}$ a equação da reta será dada por $y+2=-\frac{2}{3}\cdot(x-3)\Rightarrow 2x+3y=0$

Portanto, a alternativa A é a correta.

Resposta: A

04. Como A(–6, 0) e B(0, 4) é diâmetro (note que AÔB = 90°), o centro C da circunferência é ponto médio de $\overline{AB}$: $x_C=\frac{-6+0}{2}=-3$ e $y_C=\frac{0+4}{2}=2$, ou seja, C = (–3, 2). Já o raio R será $R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{6^2+4^2}}{2}=\sqrt{13}$. Logo, a equação da circunferência será: $(x+3)^2+(y-2)^2=13$.

Resposta: D

05. As coordenadas das intersecções das curvas dadas são iguais às raízes do sistema:

$$\begin{cases}y=x^2\\x+y-2=0\end{cases}\to x+x^2-2=0\to x=-2\ \text{ ou }\ x=1$$

Quando $x=-2,\ y=4\to P_1(-2,4)$

Quando $x=1,\ y=1\to P_2(1,1)$

Assim, a circunferência de diâmetro $\overline{P_1P_2}$ tem como centro C:

$$C\left(\frac{-2+1}{2};\frac{4+1}{2}\right)\to C\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$$

E o raio **r** da circunferência, portanto, será igual a:

$$R=\sqrt{\left(-2+\tfrac{1}{2}\right)^2+\left(4-\tfrac{5}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(-\tfrac{3}{2}\right)^2+\left(\tfrac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\tfrac{9}{4}+\tfrac{9}{4}}=\sqrt{\tfrac{18}{4}}\to R=\sqrt{\tfrac{18}{4}}$$

A equação da circunferência, portanto, será igual a:

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=\left(\sqrt{\frac{18}{4}}\right)^2$$

$$x^2+x+\frac{1}{4}+y^2-5y+\frac{25}{4}=\frac{18}{4}\to x^2+y^2+x-5y+2=0$$

Resposta: E