MATEMÁTICA I

AULA 16:

SEQUÊNCIAS

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Durante todo o primeiro mês, havia apenas um casal (jovem); durante todo o segundo mês, havia apenas um casal (adulto em gestação); durante todo o terceiro mês, havia apenas dois casais (quanto nasce o primeiro casal, já são os primeiros momentos do terceiro mês) etc. Note que, a partir do terceiro mês, o número de casais é formado por todos os casais do mês anterior (todos adultos agora e fecundados) e mais os casais recém-nascidos dos casais pais do segundo mês anterior (em número, os casais filhos recém-nascidos são iguais aos respectivos casais pais). Assim, temos as seguintes sequências correspondentes:

Meses	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nº de casais	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

Considerando F_n o número de casais ao fim de **n** meses, temos:
$F_1 = F_2 = 1$ e, a partir de F_3, cada termo é a soma dos seus dois termos imediatamente anteriores:
$F_3 = F_2 + F_1 = 2$
$F_4 = F_3 + F_2 = 3$
$F_5 = F_4 + F_3 = 5$
$F_6 = F_5 + F_4 = 8$

Daí, temos a sequência de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...), na qual $F_{12} = 144$ indica o número de casais de coelhos ao fim de 12 meses (1 ano).

Resposta: B

02. Números de furos: (1, 4, 7, 11, ...)

Lei de recorrência: $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 3, \text{ para } n \geq 2 \end{cases}$

Dando valores para **n** na lei $a_n - a_{n-1} = 3$.
$n = 1 \rightarrow a_2 - a_1 = 3$
$n = 2 \rightarrow a_3 - a_2 = 3$
$n = 3 \rightarrow a_4 - a_3 = 3$
....
$n = n \rightarrow a_n - a_{n-1} = 3$

Somando membro a membro essas (n – 1) igualdades, obtemos:
$a_n - a_1 = (n - 1) \cdot 3$
$a_n - 1 = 3n - 3$
$a_n = 3n - 2$

Assim, y = 3n – 2

Resposta: D

03. Temos que $C_{n+1} = (100\% - 15\%) \cdot C_n$, ou seja, $\frac{C_{n+1}}{C_n} = 0{,}85$
Dando valores a **n** nessa última igualdade, obtemos:
$\frac{C_1}{C_0} = 0{,}85$
$\frac{C_2}{C_1} = 0{,}85$
$\frac{C_3}{C_2} = 0{,}85$
....
$\frac{C_n}{C_{n-1}} = 0{,}85$

Multiplicando membro a membro, encontramos:

$$\frac{\cancel{C_1}}{C_0}\cdot\frac{\cancel{C_2}}{\cancel{C_1}}\cdot\frac{\cancel{C_3}}{\cancel{C_2}}\cdot\ \ldots\ \cdot\frac{C_n}{\cancel{C_{n-1}}}=\underbrace{0{,}85\cdot 0{,}85\cdot 0{,}85\cdot\ \ldots\ \cdot 0{,}85}_{\text{n fatores}}$$

$$\Rightarrow \frac{C_n}{C_0}=(0{,}85)^n$$

Portanto, $C_n=(0{,}85)^n\cdot C_0$.

Resposta: B

04. Temos que:

$$S_{51}=\underbrace{a_1+a_2+\ \ldots\ +a_{50}}_{S_{50}}+a_{51}\ \Rightarrow\ S_{51}-S_{50}=a_{51}$$

$$\Rightarrow a_{51}=(3\cdot 51^2+51)-(3\cdot 50^2+50)$$

$$\Rightarrow a_{51}=3\cdot(51^2-50^2)+(51-50)$$

$$\Rightarrow a_{51}=3\cdot(51+50)\cdot(51-50)+(51-50)$$

Portanto, $a_{51}=3\cdot 101\cdot 1+1=304$

Resposta: E

05. Do enunciado, temos:

i) $a_1=P_1\rightarrow a_1=2^1\cdot 1!\rightarrow a_1=2\cdot 1=2$.

ii) $P_n=a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_{n-1}\cdot a_n$, para $n\geq 2$.

$$a_n=\frac{Pn}{Pn-1}\rightarrow a_n=\frac{2^n\cdot n!}{2^{n-1}\cdot(n-1)!}\rightarrow a_n=\frac{2^{n-(n-1)}\cdot n\cdot(n-1)!}{(n-1)!}=2^1\cdot n$$

Daí, $a_n=2\times n$, para $n\geq 2$.

Note que $a_1=2\cdot 1=2$ (ok!). Assim, $a_n=2\cdot n$, para $n\geq 1$.

Resposta: B