MATEMÁTICA I

AULA 18:

PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.) – PARTE II

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Como 13 km = 13000 m, o primeiro cone ficará na posição $a_1 = 0$ m e o último, na posição $a_{261} = 13000$ m. Sendo R a distância (constante), em metros, entre dois cones consecutivos, as posições dos cones formarão uma P.A. de razão R. Daí:
$a_{261} = a_1 + 260R \to 13000 = 260R \to R = 50$ m

Resposta: B

02. Seja $\left\{3, \underbrace{\_\_, \_\_, \ldots, \_\_}_{6\ \text{termos}}, 248\right\}$ a P.A. de 8 termos constituída com os quilômetros, nos quais serão colocados os telefones.
A distância entre dois telefones consecutivos é a razão **r** da P.A. Assim, devemos ter:

i) $a_8 = a_1 + 7r \to 248 = 3 + 7r \to r = 35$ km (distância entre dois telefones).

ii) Para os telefones anteriores ou no quilômetro 165:
$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r \le 165 \to 3 + (n-1)\cdot 35 \le 165 \to n \le \frac{197}{35} \to n \le 5{,}6$, em que **n** é inteiro positivo.

iii) O telefone mais próximo ao motorista, anterior ao km 165, fica no quilômetro a_5.
Veja:
$a_5 = a_1 + 4r \to a_5 = 3 + 4\cdot 35 = 143$ km

iv) O telefone mais próximo ao motorista, posterior ao km 165, fica no quilômetro a_6.
Veja:
$a_6 = a_1 + 5r \to a_6 = 3 + 5\cdot 35 = 178$ km

Logo, os dois telefones mais próximos ao motorista (anterior e posterior) ficam, respectivamente, a (165 – 143) = 22 km e a (178 – 165) = 13 km. Portanto, a menor distância que o motorista deverá percorrer é de 13 km.

Resposta: A

03. Considerando a P.A. de razão 2 (a, b, c) = (b – 2, b, b + 2), temos:
i) $a = b - 2$ e $c = b + 2$
ii) $a^2 + b^2 - c^2 = 0$
$(b-2)^2 + b^2 - (b+2)^2 = 0$
$(b^2 - 4b + 4) + b^2 - (b^2 + 4b + 4) = 0$
$b^2 - 8b = 0$
$b(b-8) = 0$

Assim:
$b = 0 \to a = 0 - 2 = -2$ (não é natural)
ou
$b = 8 \to a = 8 - 2 = 6$ e $c = 8 + 2 = 10$

Logo, $a + b + c = 6 + 8 + 10 = 24$

Resposta: C

04. Sendo (x – 3r, x – r, x + r, x + 3r) as medidas dos lados dos terrenos, em km, onde r > 0 (uma P.A. de razão positiva igual a 2r), devemos ter:
I) $4\cdot[(x-3r) + (x-r) + (x+r) + (x+3r)] = 88$
$\Rightarrow 4\cdot[4x] = 88 \Rightarrow x = \frac{11}{2}$
II) $(x-3r)^2 + (x-r)^2 + (x+r)^2 + (x+3r)^2 = 166$
$x^2 - 6xr + 9r^2 + x^2 - 2xr + r^2 + x^2 +$
$2xr + r^2 + x^2 + 6xr + 9r^2 = 166$
$4x^2 + 20r^2 = 166$
$4\cdot\frac{121}{4} + 20r^2 = 166$
$20r^2 = 45$
$r^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow r = \frac{3}{2}$

Assim, a maior medida é:
$x - 3r = \frac{11}{2} + 3\cdot\frac{3}{2} = \frac{20}{2} = 10$ km

Resposta: E

05. Sendo (x – 2r, x - r, x, x + r, x + 2r) a P.A. de termos positivos formada com os respectivos números de pães, devemos ter:

i) $x - 2r + x - r + x + x + r + x + 2r = 100 \rightarrow 5x = 100 \rightarrow x = 20$

ii) $\dfrac{x+(x+r)+(x+2r)}{7} = (x-2r)+(x-r) \rightarrow 3x+3r = 14x-21r \rightarrow 24r = 11x \rightarrow r = \dfrac{11\cdot(20)}{24} = \dfrac{55}{6}$

Portanto, o homem que recebeu a parte maior da divisão recebeu:

$x + 2r = 20 + 2\cdot\dfrac{55}{6} = 20+\dfrac{55}{3} = \dfrac{60+55}{3} = \dfrac{115}{3}$ pães.

Resposta: A