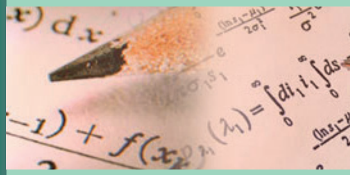

01.

Seja $m = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

Então: $m^{-1} = \dfrac{1}{\det m}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Assim:

$A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ $\qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ y & 2 \end{bmatrix}$

$$A = B^{-1} = \frac{1}{3\cdot 2 + y\cdot 1}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -y & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{6+y} & \dfrac{1}{6+y} \\ \dfrac{-y}{6+y} & \dfrac{3}{6+y} \end{bmatrix}$$

$$\text{Logo: } \begin{cases} \dfrac{1}{6+y} = 1 \rightarrow 1 = 6 + y \rightarrow \boxed{y = -5} \\ \dfrac{2}{6+y} = x \rightarrow \dfrac{2}{6-5} = x \rightarrow \boxed{x = 2} \end{cases}$$

Logo: $x + y = 2 + (-5) = \boxed{-3}$

Resposta: C

02.

$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A^{-1} = \dfrac{1}{\det A}\cdot\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -5 \end{bmatrix} = \dfrac{1}{-5\cdot 2 + 3\cdot 3}\cdot\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

Assim: $A^{-1} + A^t \cdot I = A^{-1} + A^t =$

$= \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$

Resposta: D

03. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ $\qquad A^t = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$

Assim:

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} a^2+b^2 & ac+bd \\ ac+bd & c^2+d^2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Logo:

$a^2 + b^2 + ac + bd + ac + bd + c^2 + d^2 =$

$= a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + bd + d^2 =$

$= (a + c)^2 + (b + d)^2$

Resposta: E

04. Os elementos da diagonal principal devem ser iguais a zero:

$$a = b = c = 0$$

Os elementos colocados simetricamente em relação à diagonal principal são opostos:

$$x - 1 = -2$$
$$z = -(-3)$$
$$4 = -(2y - 4)$$

Então: x = –1, z = 3 e y = 0.

A matriz é: $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & -4 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

Logo: y = a = 0

Resposta: A

05. Dado A · B · C, temos:

$(A)_{2 \times \cancel{3}} \cdot (B)_{\cancel{3} \cdot 1} \cdot (C)_{1 \times 4}$

$(A \cdot B)_{2 \times \cancel{1}} \cdot (C)_{\cancel{1} \times 4}$

$(A \cdot B \cdot C)_{2 \times 4}$

Resposta: B

06. Para ser uma matriz simétrica é necessária que:

- $\boxed{Z = -5}$
- $x + y + z = 4 \Rightarrow x + y - 5 = 4 \Rightarrow x + y = 9 \quad (I)$
- $3y - z + 2 = y - 2z + 3 \Rightarrow 2y = 1 - z$

$\Rightarrow 2y = 1 + 5 \rightarrow \boxed{y = 3} \quad (II)$

Substituindo-se (II) em (I), temos:

$x + y = 9 \Rightarrow x + 3 = 9 \Rightarrow \boxed{x = 6}$

Resposta: C

07. Utilizando um resultado muito conhecido na teoria das matrizes:

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ é inversível $\rightarrow A^{-1} = \dfrac{1}{\det A} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

Desse modo, facilmente resolvemos: $X^{-1} = \dfrac{1}{x-y} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -y & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{x-y} & \dfrac{-1}{x-y} \\ \dfrac{-y}{x-y} & \dfrac{x}{x-y} \end{pmatrix}$

Logo, a soma solicitada é igual a:

$\text{Soma} = \dfrac{1}{x-y} - \dfrac{1}{x-y} + \dfrac{x}{x-y} - \dfrac{y}{x-y} = \dfrac{x-y}{x-y}$

Soma = 1

Resposta: C

08. Pelo enunciado, temos:
A) **Falsa.** A matriz AB é do tipo 5 x 5; logo, possui 25 elementos.
B) **Falsa.** A matriz BA é do tipo 7 x 7; logo, possui 49 elementos.
C) **Falsa.** A matriz (AB)2 é do tipo 5 x 5; logo, possui 25 elementos.
D) **Verdadeira.** A matriz (BA)2 é do tipo 7 x 7; portanto, possui 49 elementos.
E) **Falsa.** Se A = 0, por exemplo, a matriz AB = 0 não é inversível.

Resposta: D

09. Cálculo dos elementos da matriz A:

$a = 2^{\left(1 + \log_2^5\right)} = 2 \cdot 5 = 10$

$b = 2^{\log_2^6} = 8$

$c = \log_{\sqrt{3}}^{81} = 8$

$d = \log_{\sqrt{3}}^{27} = 6$

Então, temos: $A = \begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$

Assim: $A \cdot B = I_2 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{cases} 10a + 8c = 1 \\ 8a + 6c = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 10b + 8d = 0 \\ 8b + 6d = 0 \end{cases}$

Resolvendo os sistemas, temos: $a = \frac{-3}{2}$; $b = 2$; $c = 2$ e $d = \frac{-5}{2}$

Portanto, $B = \begin{bmatrix} \frac{-3}{2} & 2 \\ 2 & \frac{-5}{2} \end{bmatrix}$

Resposta: C

10. Seja **x** a matriz custo.

Temos:

$$\overbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}}^{C}_{3\times 1}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}}_{P}{}_{3\times 3} \quad \begin{bmatrix} 2\cdot 1+1\cdot 3+1\cdot 2 \\ 1\cdot 1+2\cdot 3+1\cdot 2 \\ 2\cdot 1+2\cdot 3+0\cdot 2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 7 \\ 9 \\ 8 \end{bmatrix}}_{X}$$

Resposta: A