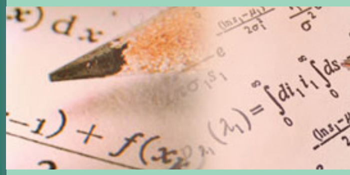
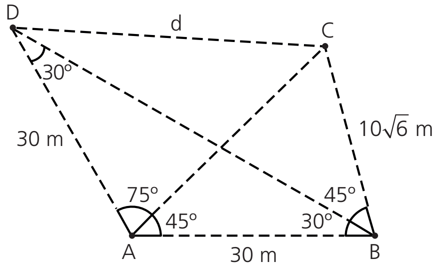
Matemática V
Aula 30:
Revisão ENEM III
Exercícios de fixação



01. No triângulo ABD, temos: $A\hat{D}B = 180° - (75° + 45°) - 30° = 30°$. Portanto, o ΔABD é isósceles. Aplicando a lei dos senos no ΔABD, temos:



$$\frac{AB}{\text{sen}\,30°} = \frac{BD}{\text{sen}\,120°} \Leftrightarrow \frac{30}{\frac{1}{2}} = \frac{BD}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow BD = 30\sqrt{3}$$

Aplicando a lei dos cossenos no ΔBCD, temos:

$$d^2 = (30\sqrt{3})^2 + (10\sqrt{6})^2 - 2(30\sqrt{3})(10\sqrt{6})\cos 45° = 2700 + 600 - 2 \cdot 900\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1500 \Leftrightarrow d = 10\sqrt{15}\text{ m}$$

Resposta: A

02. Seja M a mensalidade inicial, então, após o aumento de 80%, a mensalidade resultante foi M · (1 + 80%) = 1,8 · M.

A redução de 30% sobre esse valor resulta uma mensalidade de 1,8 · M · (1 – 30%) = 1,8 · M · 0,7 = 1,26 · M.

Com o desconto de 10%, a mensalidade final será 1,26 · M · (1 – 10%) = 1,26 · M · 0,9 = 1,134 · M, ou seja, o aumento de 2012 para 2013 foi de (1,134 – 1) · 100% = 13,4%, que é um percentual compreendido entre 13 e 16.

Resposta: B

03. As 6 máquinas do tipo α, trabalhando 6 horas por dia durante 3 dias, totalizam 6 · 6 · 3 = 108 horas de trabalho e produzem $0,\bar{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$ dos agasalhos. Logo, cada máquina do tipo α executa $\frac{\frac{3}{4}}{108} = \frac{1}{144}$ dos agasalhos por hora.

Cada máquina do tipo β, que tem o triplo da produtividade da máquina do tipo α, faz $\frac{1}{144} \cdot 3 = \frac{1}{48}$ dos agasalhos por hora, ou seja, demora 48 horas para produzir todos os agasalhos.

Logo, 3 máquinas do tipo β fazem todos os agasalhos em $\frac{48}{3}$ = 16 horas.

Resposta: B

04. Seja A reais a quantia inicial de X, Y e Z, e B reais a quantia que Y deu para Z na primeira etapa.

Inicialmente, temos: X gastou 99 reais, Y deu B reais para Z e Y deu 2B reais para X. As quantias de cada uma das pessoas, após essa etapa, são:

X: A – 99 + 2B

Y: A – B – 2B = A – 3B

Z: A + B

Depois X gastou $(4 - B)^2$, Y e Z gastaram, cada uma, $B^2 - 4$. As quantias de cada uma das pessoas, após essa etapa, são:

X: $A - 99 + 2B - (4 - B)^2 = A - 99 + 2B - 16 + 8B - B^2 = A + 10B - B^2 - 115$

Y: $A - 3B - (B^2 - 4) = A - 3B - B^2 + 4$

Z: $A + B - (B^2 - 4) = A + B - B^2 + 4$

Após esses gastos, a soma das quantias de X e Z era igual ao dobro da de Y, então, temos:

$(A + 10B - B^2 - 115) + (A + B - B^2 + 4) = 2 \cdot (A - 3B - B^2 + 4)$

$\Leftrightarrow 2A + 11B - 2B^2 - 111 = 2A - 6B - 2B^2 + 8 \Leftrightarrow 17B = 119 \Leftrightarrow B = 7$

Portanto, o gasto total de X foi $99 + (4 - B)^2 = 99 + (4 - 7)^2 = 108$.

Resposta: C

05. Como a diferença entre o número de alunos dos anos (x + 2) e **x** é diretamente proporcional ao número de alunos do ano (x + 1), podemos afirmar que "a diferença entre o número de alunos dos anos 2011 e 2009 está para o número de alunos do ano de 2010, assim como a diferença entre o número de alunos dos anos de 2012 e 2010 está para o número de alunos de 2011." Assim, temos:

$$\frac{y-5}{6} = \frac{20-6}{y} \Leftrightarrow y^2 - 5y - 84 = 0 \Leftrightarrow y = -7 \text{ (não convém)} \vee y = 12$$

Portanto, a soma dos divisores naturais de $y = 12 = 2^2 \cdot 3$ é: $S(12) = (1 + 2 + 2^2) \cdot (1 + 3) = 28$.

Resposta: A