MATEMÁTICA V
AULA 28:
REVISÃO ENEM I
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. Seja **n** a quantidade de netos do Sr. Luiz.

$$\begin{cases} 50\cdot n = x+10 \\ 40\cdot n = x-40 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 50n – 40n = (x + 50) – (x – 40) $\Leftrightarrow$ 10n = 90 $\Leftrightarrow$ n = 9
$\Rightarrow$ x = 40n + 40 = 40 · 9 + 40 = 400
A quantia que o Sr. Luiz possui para dividir entre os netos é x = 400 reais, logo a alternativa (A) está correta. Como o Sr. Luiz possui n = 9 netos, a alternativa (B) está incorreta. Se um dos netos não quiser o dinheiro, os demais receberão $\frac{400}{9-1} = 50$ reais cada um. Logo, a alternativa (C) está incorreta.
Se o dinheiro for todo dividido entre os netos, o valor para cada neto é $\frac{400}{9} = 44{,}444...$, ou seja, não é possível dividir sem sobra de alguns centavos. Na prática, ele teria de dar R$ 44,44 para cada neto e sobrariam 4 centavos. Logo, a alternativa (D) está incorreta.
Resposta: A

02. Observe que o número de manhãs e o número de tardes é igual ao número **x** de dias. Se houve 7 manhãs sem avaliação, então houve (x – 7) manhãs com a avaliação. Se houve 4 tardes sem avaliação, então houve (x – 4) tardes com avaliação. Como foram aplicadas 9 avaliações, então (x – 7) + (x – 4) = 9 $\Leftrightarrow$ 2x = 20 $\Leftrightarrow$ x = 10. Logo, o número x = 10 é um divisor natural de 20.
Resposta: C

03. O comprimento de C_1 é 2π · 7 = 14π cm e o comprimento de C_2 é 2π · 5 = 10π cm. Os pontos A e B percorrem sempre a mesma distância. Quando essa distância for, pela primeira vez, um múltiplo dos comprimentos das duas circunferências, os pontos vão voltar a se encontrar.
Como 14π · 5 = 10π · 7 e mdc (5, 7) = 1, essa é a primeira vez que um múltiplo comum ocorre. Quando a circunferência C_1 percorre a distância 70π cm, a circunferência C_3 percorre a mesma distância e, como seu comprimento é 2π · 3 = 6π cm, a circunferência C_3 dará $\frac{70\pi}{6\pi} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$ voltas.
Resposta: C

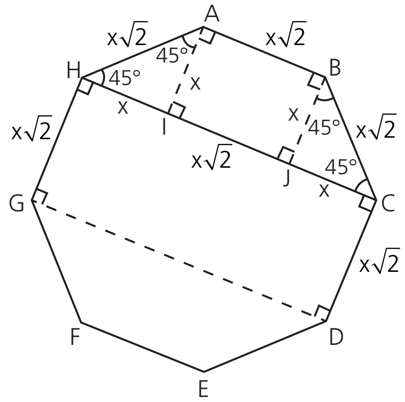
04. Após o primeiro ano, o montante resultante foi (1 + 5%) · x = 1,05x. O valor gasto na compra de material de construção foi $\frac{1}{3}\cdot 1{,}05x = 0{,}35x$, e restou 0,7x. O valor aplicado a juros simples de 6% ao ano foi $\frac{5}{7}\cdot 0{,}7x = 0{,}5x$. Os juros resultantes foram 6% · 0,5x = 0,03x. O valor aplicado a juros simples de 5% ao ano foi $\frac{2}{7}\cdot 0{,}7x = 0{,}2x$. Os juros resultantes foram 5% · 0,2x = 0,01x.
O total de juros relativos ao segundo ano foi 0,03x + 0,01x = 700 $\Leftrightarrow$ 0,04x = 700 $\Leftrightarrow$ x = 17500 reais, cuja soma dos algarismos é 1 + 7 + 5 + 0 + 0 = 13.
Resposta: D

05. Como o reservatório está com 80% da sua capacidade ocupada, então os 20% restantes correspondem a 500 · 12800 mℓ = 6400000 mℓ = 6400 ℓ. Se V é o volume do reservatório, então 20% · V = 6400 $\Leftrightarrow$ V = 32000 ℓ = 32000 dm^3. Se o lado da base é igual a 2x, então a altura é igual a **x** e o volume do reservatório é V = $(2x)^2$ · x = $4x^3$ = 32000 dm^3 $\Leftrightarrow$ x = 20 dm.
A altura da água no reservatório é 80% · x = 80% · 20 dm = 16 dm = 1600 mm.
Resolução: B

06. O ΔBPR é um triângulo retângulo isósceles, então BP = PR = h e, pelo Teorema de Pitágoras, temos: $h^2 + h^2 = \left(6\sqrt{2}\right)^2 \Leftrightarrow h^2 = 36 \Leftrightarrow h = 6$ m.
No ΔAPR, temos: $\text{tg } \hat{A} = \frac{PR}{AP} = \frac{PR}{AB+BP} \Leftrightarrow \text{tg}30° = \frac{h}{AB+h} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{6}{AB+6} \Leftrightarrow AB = 6\left(\sqrt{3}-1\right)$m.
Mas, $1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8 \Leftrightarrow 0{,}7 < \sqrt{3}-1 < 0{,}8 \Leftrightarrow 4{,}2 < 6\left(\sqrt{3}-1\right) < 4{,}8 \Rightarrow 4 < AB < 5$.
Resposta: B

07.
A) **Verdadeira**. O crescimento do volume de tributos do ano de 2002 ao ano de 2004 foi $\frac{33{,}5\% - 32{,}7\%}{32{,}7\%}\cdot 100\% = \frac{0{,}8}{32{,}7}\cdot 100\% \approx 2{,}4\%$.
O crescimento do volume de tributos do ano de 2006 ao ano de 2008 foi $\frac{35{,}2\% - 34{,}5\%}{34{,}5\%}\cdot 100\% = \frac{0{,}7}{34{,}5}\cdot 100\% \approx 2\%$.
B) **Verdadeira**. $x\% = \frac{37\% - 32{,}7\%}{32{,}7\%}\cdot 100\% = \frac{4{,}3}{32{,}7}\cdot 100\% \approx 13{,}1\% \Rightarrow x \approx 13{,}1 > 2$.
C) **Verdadeira**. 0,9 · 37% = 33,3% < 33,5%.
D) **Falsa**. $p - 37\% = \frac{37\% - 35{,}2\%}{2} \Leftrightarrow p = 37{,}9\% < 38\%$
Resposta: D

08. Inicialmente, observemos que o ângulo interno do octógono regular é $\hat{A}_i = \dfrac{180°(8-2)}{8} = 135°$. Como $\overline{HC} \parallel \overline{AB}$ e $\overline{AH} = \overline{BC}$, o quadrilátero ABCH é um trapézio isósceles.



Os segmentos $\overline{AI}$ e $\overline{BJ}$, perpendiculares a $\overline{HC}$, determinam dois triângulos retângulos isósceles, AIH e BJC, respectivamente, e o retângulo ABJI. Sendo $\overline{AI} = \overline{BJ} = x$, então $\overline{HI} = \overline{CJ} = x$ e $\overline{AH} = \overline{BC} = \overline{AB} = \overline{IJ} = x\sqrt{2}$ (lado do octógono). Assim, temos:

$$\overline{HC} = \overline{HC} + \overline{IJ} + \overline{JC} = x + x\sqrt{2} + x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{2+\sqrt{2}} \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right).$$

Observando a figura, notamos que a área do octógono é igual à soma da área dos trapézios isósceles congruentes ABCH e FEDG e do retângulo CDGH.

A área do trapézio isósceles ABCH é dada por:

$$S_{ABCH} = \frac{\left(\overline{CH} + \overline{AB}\right)\cdot \overline{AI}}{2} = \frac{\left(6 + 3\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot\sqrt{2}\right)\cdot 3\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)}{2} = 18\left(\sqrt{2}-1\right) = S_{FEDG}.$$

A área do retângulo CDGH é dada por $S_{CDGH} = \overline{CH}\cdot\overline{CD} = 6\cdot 3\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot\sqrt{2} = 36\left(\sqrt{2}-1\right)$.

Portanto, a área do octógono é:

$$S_{ABCDEFGH} = S_{ABCH} + S_{FEDG} + S_{CDGH} = 2\cdot 18\left(\sqrt{2}-1\right) + 36\left(\sqrt{2}-1\right) = 72\left(\sqrt{2}-1\right)\ \text{cm}^2.$$

Resposta: C

09. Se $y = ax^2 + bx + c$, então $x_v = x_p = -\dfrac{b}{2a}$ e $y_v = -\dfrac{\Delta}{4a}$.

O segmento $\overline{AB}$ está associado à diferença entre as raízes do trinômio do 2° grau, assim $\overline{AB} = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{-a}$.

Note que $|a| = -a$, pois **a** é um número negativo, já que a parábola tem concavidade voltada para baixo.

Como #ABCD é um quadrado $\overline{AB} = \overline{PV} = y_v \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{\Delta}}{-a} = -\dfrac{\Delta}{4a} \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 4 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 16$.

Resposta: C

10. Sejam L, P, M e I as idades atuais de Letícia, seu pai, sua mãe e seus irmãos gêmeos, respectivamente. As informações do enunciado podem ser equacionadas da seguinte forma:

$$L - 2 = \frac{1}{6}P \Leftrightarrow P = 6L - 12$$

$$L + 1 = \frac{1}{4}M \Leftrightarrow M = 4L + 4$$

$$L + P + M = 102 \Rightarrow L + (6L - 12) + (4L + 4) = 102 \Leftrightarrow L = 10$$

Note que 102 é o menor número natural de três algarismos distintos e divisível por 3.

$$I = \frac{1}{2}(L + 8) = \frac{1}{2}(10 + 8) = 9$$

Portanto, a soma das idades atuais dos três irmãos é L + I + I = 10 + 9 + 9 = 28.

Resposta: C

Raul: 01/06/16 – Rev.: AT
10489116_pro_Aula 28 - Revisão Enem I